

Le Transport des Rayons Cosmiques

Guy Pelletier

Institut Universitaire de France
Laboratoire d'Astrophysique de Grenoble
Domaine Universitaire. BP. 53, 38 041 GRENOBLE Cedex 9

Abstract. Les Rayons Cosmiques et plus généralement les particules chargées de haute énergie sont l'expression de phénomènes astrophysiques de haute énergie et hors équilibre thermodynamique. Leur transport jusqu'à nos observatoires est un processus complexe relevant d'une physique statistique dont la maîtrise est cruciale pour interpréter les événements qui les ont engendrés, que ce soient des phénomènes associés aux objets astrophysiques eux-mêmes ou à des processus relevant de la physique des particules, comme notamment la désintégration des neutralinos, constituants probables de la matière noire. Le champ magnétique, pour des raisons que nous allons préciser, est l'agent des phénomènes de transport.

En outre, les processus d'accélération de Fermi, privilégiés pour l'accélération aux plus hautes énergies, reposent sur les propriétés de transport des particules dans les champs magnétiques. La grande énigme de l'origine des Rayons Cosmiques de Ultra Haute Energie, qu'il s'agisse d'un scénario "top down" ou d'un scénario "bottom up", ne pourra être élucidée sans une connaissance suffisamment précise du transport tant du point de vue observationnel en ce qui concerne le champ magnétique, que du point de vue théorique en ce qui concerne le processus lui-même.

Table des matières

1. Introduction	61
2. Le Champ Magnétique : Obstruction au Transport	62
2.1 Barrière Magnétique	62
2.2 Invariant Adiabatique	63
3. Irrégularités Magnétiques : Agent de Transport	64

3.1	Brisure de l'Invariant Adiabatique par les Résonances Landau-Synchrotron	64
3.2	Théorème sur les symétries et le transport	66
3.3	Diffusion le long du champ moyen. Diffusion angulaire . .	66
3.4	Autres Coefficients de Diffusion	68
4.	Transport et chaos magnétique	69
5.	Equation de Transport des Rayons Cosmiques	70
6.	Pourquoi les Processus de Fermi ?	72
7.	Remarque en guise de conclusion	74

1. Introduction

Pourquoi observe-t-on des spectres de particules énergétiques qui semblent devoir demeurer indéfiniment hors équilibre? Les processus collisionnels sont inefficaces à haute énergie. En effet, les interactions Coulombiennes ont un paramètre d'impact typique b_0 tel que, pour une énergie dans le centre de masse ϵ , $b_0 = Ze^2/\epsilon$. La section efficace est alors $\sigma \sim \pi b_0^2 \ln \Lambda$ (où Λ est le paramètre Coulombien de coupure de l'interaction à longue portée, limitée dans les plasmas par l'effet d'écran de Debye); autrement dit, les libres parcours moyens s'allongent proportionnellement à ϵ^2 laissant ainsi la place au développement d'autres interactions empêchant la relaxation vers l'équilibre thermodynamique. Notamment la turbulence MHD des milieux astrophysiques agit sur les distributions de particules à des échelles plus courtes que leur libre parcours moyen collisionnel. C'est pourquoi ces distributions ne se relaxent pas vers l'équilibre thermodynamique et ne sont pas sujettes aux phénomènes de transport collisionnel (diffusion, conduction thermique, viscosité etc.) et sont maintenues hors équilibre thermodynamique.

Comment le transport des rayons cosmiques est-il alors réalisé? Les particules suprathermiques sont essentiellement sensibles au champ magnétique porté par le plasma thermique des milieux astrophysiques, tels que le milieu interstellaire, le milieu intergalactique, l'environnement des sources compactes galactiques ou extragalactiques. Le champ magnétique assure le couplage des rayons cosmiques avec le plasma thermique de basse énergie.

Les processus d'accélération de Fermi sont étroitement liés au phénomène de transport et leur efficacité dépend directement de la diffusion de la quantité de mouvement. Nous verrons notamment que les temps caractéristiques d'accélération sont de la forme $\tau_{acc} \sim \tau_s/\beta^2$, où τ_s est le temps caractéristique de diffusion de la quantité de mouvement sur les irrégularités magnétiques et βc la vitesse d'un front accélérateur.

Cet exposé va se limiter aux considérations touchant aux fondements du phénomène de transport, sachant que d'autres exposés vont être consacrés aux simulations numériques du transport (Fabien Casse), au transport des UHECR dans la sphère GZK de notre Univers (Martin Lemoine), et évidemment divers exposés sur les processus d'accélération en régime non relativiste (Etienne Parizot) et en régime relativiste (Yves Gallant).

2. Le Champ Magnétique : Obstruction au Transport

À première vue, le champ magnétique n'est pas du tout un agent de transport, au contraire. En effet, il tend à canaliser, à brider le mouvement des particules, à verrouiller l'espace des phases. On connaît le mouvement hélicoïdal des particules chargées le long des lignes de champs magnétiques, caractérisé par sa pulsation de Larmor de vecteur $\vec{\omega}_L \equiv -q\vec{B}_0/m\gamma$, où γ est le facteur de Lorentz de la particule considérée, et le rayon de Larmor de l'hélice $r_L \equiv v_\perp/\omega_L$, où v_\perp représente la norme de la composante transverse de la vitesse par rapport au champ moyen \vec{B}_0 . Lorsque les lignes du champ moyen sont légèrement incurvées (de rayon de courbure grand par rapport au rayon de Larmor), les particules gardent un mouvement hélicoïdal qui suit à peu près les lignes de champ, si ce n'est qu'elles dérivent légèrement et sont susceptibles de se réfléchir, comme nous allons le voir plus loin.

2.1 Barrière Magnétique

Examiner comment une particule chargée de haute énergie interagit avec une barrière magnétique est un exercice simple et instructif. Considérons un champ magnétique de la forme $\vec{B} = B_0\phi(x)\vec{e}_z$, où $\phi(x)$ est une fonction en forme de cloche d'épaisseur caractéristique δ_0 . Le mouvement d'une particule est régi par trois invariants : l'énergie ϵ (ou la norme de l'impulsion p), p_z et le moment conjugué de y , à savoir $\pi_y \equiv p_y + \frac{Ze}{c}A_y(x)$, le potentiel vecteur étant de la forme $\vec{A} = B_0\Phi(x)\vec{e}_y$ avec $\Phi(\infty) \equiv \delta \sim \delta_0$. Dans ce problème, il convient de définir un rayon de Larmor $r_L \equiv \frac{p_\perp^i c}{ZeB_0}$, où p_\perp^i est la composante transverse de l'impulsion de la particule avant l'interaction. L'interaction provoque uniquement une modification de l'angle α entre l'impulsion et la direction normale à la couche magnétique (\vec{e}_x). Le mouvement de la particule se ramène à l'étude d'une équation différentielle de la forme $\dot{x}^2 = f(x)$, qui conduit aisément aux conclusions suivantes :

- il y a traversée de la barrière magnétique si $f(x) > 0 \forall x$, ce qui est réalisé si et seulement si $r_L > \delta$ et la déflexion de la quantité de mouvement est telle que $\Delta \sin \alpha \simeq \pm \delta/r_L$;
- il y a réflexion sur la barrière magnétique là où $f(x) = 0$, ce qui est réalisé si $r_L < \delta$.

Cet exemple simple met en lumière un trait essentiel de l'interaction entre un rayon cosmique et une perturbation magnétique : elle n'est sensible que pour les rayons de Larmor ne dépassant pas l'échelle de la perturbation et se traduit par une déflexion. Si le champ magnétique cosmique a été suffisamment amplifié lors des effondrements conduisant à la formation des grandes structures cosmiques pour atteindre des valeurs de

l'ordre de quelques $0.1\mu G$ dans les superamas, alors les UHECRs sont sujets à ce type de déflexions.

2.2 Invariant Adiabatique

Un autre exemple bien connu est celui du mouvement de particule le long d'une ligne de champ incurvée lorsque le rayon de Larmor est beaucoup plus petit que le rayon de courbure. Le mouvement est insensible à un changement arbitraire de la gyro-phase initiale (plus précisément le Lagrangien moyenné sur la période de Larmor ne dépend pas de la gyro-phase); il en découle un invariant approché, à savoir, le moment conjugué de la gyro-phase, $J = mr_L^2\omega_L$. En conséquence $p_\perp^2/B = \text{cst}$ ou encore, puisque l'énergie est conservée, $\sin^2\alpha/B = \text{cst}$, où l'angle α est ici défini comme l'angle de l'impulsion par rapport au champ magnétique (angle d'“attaque”, “pitch angle” dans la littérature anglo-saxonne).

Les particules sont alors susceptibles de se réfléchir en des points où les lignes de champ se resserrent; c'est l'effet de miroir magnétique bien connu et responsable des ceintures de radiation autour de la Terre. En effet, suivons une particule le long d'une ligne de champ, ayant un angle d'attaque α_0 en un point où le champ magnétique est d'intensité minimale B_0 . En tout point de la ligne de champ $\sin^2\alpha = \sin^2\alpha_0 B/B_0$. Soit B_{max} la valeur maximale de B le long de la ligne et soit α_* la valeur particulière de l'angle α telle que $\sin^2\alpha_* = B_0/B_{max}$. Pour $\alpha_0 = \alpha_*$, la particule arrive au maximum de champ avec $\sin^2\alpha = 1$, soit $\alpha = \pi/2$. Donc pour $\alpha_0 < \alpha_*$, $\sin^2\alpha < 1$ partout et la particule est passante : elle franchit l'étranglement. Pour $\alpha_0 > \alpha_*$, en revanche, il existe un point de rebroussement le long de la ligne avant le point de valeur maximale.

Sur la base de l'effet de miroir magnétique, on peut déjà construire les célèbres processus de Fermi qui consistent à faire gagner de l'énergie à des particules qui se réfléchissent sur des miroirs magnétiques en mouvement de convergence les uns par rapport aux autres.

L'invariant adiabatique est assez bien préservé [6] lors de la traversée d'un choc perpendiculaire (c'est-à-dire \vec{B} orthogonal à la normale au choc) non-relativiste, parce que la dynamique est insensible à un changement arbitraire de la gyro-phase initiale. Ainsi p_\perp^2/B est bien conservé alors que B subit une augmentation par un facteur de compression r . Après isotropisation de la fonction de distribution, il s'ensuit que la traversée d'un choc perpendiculaire provoque une augmentation de l'énergie des particules par un facteur \sqrt{r} pour les relativistes, d'un facteur r pour les non-relativistes.

En revanche, au cours de la traversée d'un choc perpendiculaire relativiste, l'invariant adiabatique n'est pas préservé. Une accélération se produit en moyenne (voir l'étude de Begelman et Kirk [1]).

3. Irrégularités Magnétiques : Agent de Transport

Les irrégularités du champ magnétique sont la cause du mouvement erratique des particules suprathermiques, à condition que les particules rencontrent des irrégularités à l'échelle de leur rayon de Larmor, comme nous allons le préciser dans cette section. Des processus semblables à des processus de diffusion se déroulent alors permettant de mettre en oeuvre une description complète du transport des rayons cosmiques.

3.1 Brisure de l'Invariant Adiabatique par les Résonances Landau-Synchrotron

L'invariant adiabatique doit être brisé pour obtenir du transport de type diffusif. Nous allons d'abord le mettre en évidence dans un modèle simplifié où le champ moyen est homogène et l'invariant à briser n'est autre que l'angle d'attaque α . L'accélération de Fermi, en particulier, ne fonctionne que si la quantité de mouvement des particules peut se renverser fréquemment. Il faut donc être dans une situation où l'angle d'attaque évolue aléatoirement avec une fréquence élevée de renversement.

Les variations de l'angle d'attaque sont régies par une équation stochastique simple, résultant de la projection de l'équation de la dynamique le long du champ moyen et en tenant compte de la conservation de l'énergie (et donc de p et de v).

$$\dot{\alpha} = f(t) \equiv \omega_L [\cos \phi(t) b_2(t) - \sin \phi(t) b_1(t)] , \quad (1)$$

où $\omega_L \equiv Ze\bar{B}/m\gamma c$, $\phi(t)$ est la giro-phase (i.e. $\phi(t) = \omega_L t + \phi_0$ lorsqu'on néglige les perturbations) et $\vec{b} \equiv \delta\vec{B}/\bar{B}$ est l'irrégularité du champ vue par la particule le long de sa trajectoire.

Commençons par explorer un modèle "jouet" ("toy model" en anglais) (voir 5). Considérons des perturbations transverses au champ magnétique moyen $B_0\vec{e}_z$ et ne dépendant que de la coordonnée z . Introduisons le potentiel vecteur réduit \vec{a} tel que $\vec{b} = \text{rot } \vec{a}$. Le mouvement est décrit par un système Hamiltonien simple pour les deux variables conjuguées (α, z) , sachant que $\dot{z} = v \cos \alpha$:

$$H(\alpha, z) = v \sin \alpha - \omega_L [\cos \phi(t) a_1(z) + \sin \phi(t) a_2(z)] , \quad (2)$$

où l'on suppose que la perturbation est suffisamment faible pour qu'on fasse l'approximation $\phi = \omega_L t + \phi_0$.

Considérons un ensemble de modes de Fourier discret de la forme

$$\mathbf{a}(z) = \sum_n a_n (\mathbf{e}_1 \cos(k_n z) + \varepsilon_c \mathbf{e}_2 \sin(k_n z)) , \quad (3)$$

où $\varepsilon_c = +1$ pour les modes de polarisation droite et -1 les modes de polarisation gauche. L'Hamiltonien est alors de la forme

$$H(\alpha, z) = v \sin \alpha - \omega_L \sum_n a_n \cos(k_n z - \varepsilon \omega_L t + \phi_0) , \quad (4)$$

où $\varepsilon = \varepsilon_c \times \text{sgn}(q)$. Une résonance a lieu pour diverses valeurs α_n de α de sorte que $k_n \dot{z} = \varepsilon \omega_L$, ou $k_n \mu_n = \varepsilon \omega_L$ avec $\mu_n = \cos \alpha_n$. Une charge négative se déplaçant vers l'avant résonne avec un mode droit ($\varepsilon = 1$) alors qu'elle résonne avec un mode gauche si elle se déplace vers l'arrière et vice versa avec une charge positive. Les conclusions sont opposées pour les modes récedants. Ce sont les résonances synchrotron.

Quand ces résonances discrètes sont isolées par des séparatrices, l'Hamiltonien peut être approché par un Hamiltonien de pendule au voisinage de chaque résonance : mettant en oeuvre la transformation canonique suivante

$$\begin{aligned} - \theta &= k_n z - \varepsilon \omega_L t + \phi_0, \\ - J &= (\alpha - \alpha_n) / k_n, \\ - H' &= H - \varepsilon \omega_L \alpha / k_n + \text{cst}, \end{aligned}$$

l'Hamiltonien approché est

$$H'(J, \theta) = -k_n^2 \sin \alpha_n \left(\frac{J^2}{2} - \Omega_n^2 \cos \theta \right) , \quad (5)$$

où la pulsation non-linéaire Ω_n est telle que

$$\Omega_n^2 = \frac{\bar{\omega} a_n}{k_n^2 \sin \alpha_n} . \quad (6)$$

L'approximation pendulaire diffère de l'Hamiltonien exact par des termes oscillants. La demi-largeur de la $n^{\text{ième}}$ résonance non-linéaire dans l'espace des phases (J, θ) est $\Delta J = 2\Omega_n$ et les résonances se chevauchent quand cette demi-largeur est plus grande que le demi-espacement entre les résonances $\Delta \alpha_n / k_n$; ce qui conduit au critère de Chirikov pour la stochasticité intrinsèque (chaos Hamiltonien) (voir Zaslavsky and Chirikov 8) :

$$\bar{\omega} a_n \sin \alpha_n > (\Delta \mu_n)^2 / 4 . \quad (7)$$

Il est bien connu qu'en fait le chaos apparaît même pour un seuil plus bas. La dynamique décrite par H' diffère de la dynamique exacte par des contributions oscillantes, parmi lesquelles figure la contribution du mode se propageant en sens inverse. Les particules ne peuvent résonner simultanément avec les modes progressifs et régressifs.

La plus petite valeur de μ_n contrôle le saut autour de l'angle d'attaque de 90° . La particule peut sauter de la résonance avec le mode droit

($\varepsilon = 1$) à la résonance avec le mode gauche ($\varepsilon = -1$) si $k_n^2 a_n > \bar{\omega}/4$. C'est la solution non-linéaire au problème du renversement de l'impulsion.

Quand l'amplitude des modes est suffisamment au-dessus du seuil de stochasticité, les sauts chaotiques de l'angle d'attaque se comportent comme un processus de diffusion. Seul le renversement de l'impulsion pourrait être ralenti par un régime de "collage" autour de 90° , conduisant à de la subdiffusion.

3.2 Théorème sur les symétries et le transport

Dans le modèle précédent, si la diffusion parallèle est rendue possible (voir la sous-section suivante) par le comportement chaotique des trajectoires dû aux perturbations dépendantes de la variable z , la diffusion transverse n'est pas possible, parce que l'espace des phases est encore verrouillé par des invariants. En effet, le théorème suivant est important pour comprendre les conditions de transport ; il a été établi par Jones, Jokipii et Baring [4]. Lorsque le Lagrangien est invariant par translation selon une direction, autrement dit la coordonnée associée à cette direction (droite ou tore) est "ignorable", alors

- si \vec{B} pointe dans cette direction, il n'y a pas de restriction de trajectoire ;
- sinon, la trajectoire est confinée dans une nappe ou un tube dont l'épaisseur est de quelques rayons de Larmor.

Par exemple, si $\vec{A} = \vec{A}(z)$, une trajectoire est confinée dans l'intersection d'une couche \mathcal{C}_x , d'épaisseur selon x de quelques rayons de Larmor et d'une couche \mathcal{C}_y d'épaisseur selon y de quelques rayons de Larmor également ; autrement dit toute trajectoire est confinée dans un tube de calibre de l'ordre de quelques rayons de Larmor.

Considérons un choc oblique et des perturbations ne dépendant que de l'abscisse curviligne le long du champ moyen. Toute trajectoire de rayon cosmique est alors confinée dans un tube coudé de quelques rayons de Larmor de diamètre. Les rayons cosmiques peuvent aller et venir dans ce tube et même traverser le choc plusieurs fois, mais ils ne peuvent diffuser en dehors du tube.

Autre exemple : si $\vec{A} = \vec{A}(r, z)$, toute trajectoire est confinée dans une couche définie par $A_\phi(r, z) = C_0 \pm \text{qq} r_L$. En revanche, si $\vec{B}(r, \phi) = B_z(r, \phi)\vec{e}_z$, il n'y a pas de contrainte.

3.3 Diffusion le long du champ moyen. Diffusion angulaire

La diffusion spatiale le long du champ moyen résulte des sauts aléatoires de la direction de l'impulsion : $\dot{z} = v\mu$. Dès lors que la fonction

d'auto-corrélation de μ présente un temps de relaxation τ_s ,

$$\tau_s \equiv 3 \int_0^\infty \langle \mu(t)\mu(t-\tau) \rangle d\tau , \quad (8)$$

alors un coefficient de diffusion peut être évalué. En effet, pour le saut de position Δz durant $\Delta t \gg \tau_s$,

$$\langle \Delta z^2 \rangle = v^2 \int_0^{\Delta t} dt_1 \int_0^{\Delta t} dt_2 \langle \mu(t_1)\mu(t_2) \rangle = 2v^2 \Delta t \int_0^{\Delta t} \langle \mu(\tau)\mu(0) \rangle d\tau , \quad (9)$$

$$\langle \Delta z^2 \rangle \simeq 2D_{\parallel} \Delta t , \quad (10)$$

avec $D_{\parallel} = \frac{1}{3}v^2\tau_s$. La question majeure pour le transport est de connaître ce temps de diffusion angulaire τ_s pour un spectre de turbulence donnée.

En turbulence faible [3] avec un spectre de modes de Fourier continu, on peut évaluer une fréquence de diffusion angulaire définie comme suit :

$$\nu_s \equiv \frac{\langle \Delta \alpha^2 \rangle}{\Delta t} \quad (11)$$

qu'on calcule à partir de l'équation (1) à l'aide de la fonction d'auto-corrélation de la perturbation $f(t)$ à l'ordre le plus bas, c'est-à-dire, en reportant dans $\vec{b}(t)$ la trajectoire non-perturbée. Ainsi

$$\nu_s = \omega_L^2 \int_0^\infty \langle \vec{b}(\tau) \cdot \vec{b}(0) \rangle \sin \omega_L \tau d\tau . \quad (12)$$

Lorsqu'on développe \vec{b} en modes de Fourier et qu'on reporte le mouvement non-perturbé dans les phases, l'intégrale ci-dessus prend la forme suivante :

$$\nu_s = \omega_L \int_{\mathcal{R}^3} \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} F(\vec{k}) g(\vec{k}, \vec{p}) \quad (13)$$

où $F(\vec{k})$ est le spectre de corrélation 3D des irrégularités, et la fonction $g(\vec{k}, \vec{p})$ décrit l'interaction résonante entre les particules et les modes :

$$g(\vec{k}, \vec{p}) \equiv \omega_L \int_0^\infty e^{i\vec{k} \cdot \Delta \vec{x}(\tau) - i\omega(k)\tau} \sin \omega_L \tau d\tau , \quad (14)$$

où $\Delta \vec{x}(\tau)$ est le saut de trajectoire non-perturbée pendant une durée τ et $\omega(k)$ la pulsation du mode. Elle fait apparaître des résonances car elle est de la forme :

$$g(\vec{k}, \vec{p}) \propto \delta(\omega(k) - k_{\parallel} v_{\parallel} \pm n\omega_L) ; \quad (15)$$

Ce sont les résonances Landau-synchrotron que nous avons vu partiellement dans l'exemple du modèle jouet.

Pour un spectre isotrope en loi de puissance $S(k) \propto \eta k^{-\beta}$, avec un degré d'irrégularité

$$\eta \equiv \frac{\langle \delta \vec{B}^2 \rangle}{\langle \vec{B}^2 \rangle}, \quad (16)$$

on obtient

$$\nu_s \sim \omega_L \eta \rho^{\beta-1} \quad (17)$$

pour

$$\frac{k_{min}}{k_{max}} < \rho < 1, \quad (18)$$

où $\rho \equiv r_L/\ell_c$, ℓ_c étant la longueur de corrélation des irrégularités magnétiques; le paramètre ρ peut être considéré comme la rigidité réduite. Le paramètre $\eta \equiv \int S(k)dk$ mesure le degré d'irrégularité du champ. On peut montrer facilement que $\tau_s \sim \nu_s^{-1}$.

En turbulence forte, les giro-résonances s'élargissent, mais la loi d'échelle en fonction de la rigidité ρ et du degré d'irrégularité η (convenablement défini!) peut être extrapolée [2]. Cependant le temps de corrélation et le temps de diffusion angulaire deviennent courts et la mémoire de la valeur initiale de μ est perdue; ainsi les variations de μ sont la cause principale de l'élargissement des résonances.

3.4 Autres Coefficients de Diffusion

La diffusion des particules en direction transverse au champ moyen est également importante : c'est elle qui contrôle les pertes de confinement des particules dans une galaxie, un jet, ou un tokamak... Supposons le système invariant par rotation autour de la direction du champ moyen. Soit $\Delta \vec{x}_\perp$ un saut aléatoire transverse pendant $\Delta t \gg \tau_s$. Le coefficient de diffusion transverse est alors défini par

$$\langle \Delta \vec{x}_\perp^2 \rangle = 4D_\perp \Delta t. \quad (19)$$

En turbulence faible, on peut évaluer ce coefficient de la manière suivante :

$$\langle \Delta \vec{x}_\perp^2 \rangle \simeq v^2 \int_0^{\Delta t} dt_1 \int_0^{\Delta t} dt_2 \langle \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \rangle \cos(\phi_1 - \phi_2). \quad (20)$$

où l'on suppose la giro-phase $\phi(t)$ en rotation à la pulsation de Larmor sans perturbation non-linéaire appréciable (et donc non corrélée avec les variations d'angle d'attaque), e.g. $\phi_1 - \phi_2 \simeq \omega_L(t_1 - t_2)$. Supposons en

outre que la fonction d'auto-corrélation de $\sin \alpha$ décroisse exponentiellement avec le temps caractéristique τ_s (on peut faire une déduction plus détaillée). On obtient

$$D_{\perp} = \frac{D_{\parallel}}{1 + \omega_L^2 \tau_s^2}. \quad (21)$$

Dans le cadre de la turbulence faible, $\omega_L^2 \tau_s^2 \gg 1$, ce qui rend $D_{\perp} \ll D_{\parallel}$ et fait espérer un bon confinement des particules. Nous allons voir plus loin que cette loi est profondément modifiée, même pour un niveau de turbulence modéré, par les effets de "chaos magnétique".

L'estimation des précédents coefficients de diffusion (ν_s et D_{\parallel}) peut se faire dans l'approximation où les perturbations magnétiques sont perçues comme statiques par les rayons cosmiques ($\omega(k) \ll \omega_L$ ou $V_A \ll \mu c$). Tenir compte du mouvement des irrégularités magnétiques (ou ondes d'Alfvén) introduit un champ électrique qui modifie l'énergie des particules. C'est ainsi que les particules subissent aussi une diffusion en énergie, qui n'est autre que la version moderne du processus de Fermi du second ordre (cf. cours d'Etienne Parizot). Le coefficient de diffusion en énergie est d'ailleurs du second ordre en V_A/c et dépend essentiellement de la fréquence de diffusion angulaire.

$$\Gamma \equiv \frac{\Delta p^2}{2\Delta t} \sim \nu_s \frac{V_A^2}{c^2} p^2 \quad (22)$$

Ce résultat se déduit sans difficulté de $\dot{p} = -q \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot \vec{v}/v$.

On peut constater que la connaissance du temps de diffusion angulaire permet de décrire tous les phénomènes de transport des rayons cosmiques. Cependant il n'est calculé analytiquement que dans le cadre de la théorie de turbulence faible; en outre l'expression du coefficient de diffusion transverse en fonction de ce temps n'est pas connu en dehors de ce cadre. Lorsque la turbulence est forte, on s'attend à ce que les deux coefficients de diffusion deviennent semblables et la conjecture de Bohm est souvent proposée, à savoir

$$D \propto vr_L \quad (23)$$

Nous allons voir les résultats des simulations numériques 3D obtenus par Casse, Lemoine et Pelletier [2] qui explorent en particulier les régimes de turbulence modérée et forte (voir aussi le cours de Fabien Casse).

4. Transport et chaos magnétique

Les irrégularités à grande échelle du champ magnétique résultent du comportement chaotique des lignes de champ lorsqu'on leur prescrit un spectre en loi d'échelle à trois dimensions. En effet l'intégration

du système de ligne de champ présente génériquement un comportement chaotique caractérisé essentiellement par deux grandeurs. La première (longueur de Kolmogorov ou de Lyapounov ℓ_K) mesure le taux d'écartement exponentiel de deux lignes de champ initialement voisines, écartement constaté dans les simulations 3D, mais absent à 1D et 2D. La seconde (D_m) mesure une sorte de diffusion de l'écart entre deux lignes lorsqu'elles se sont éloignées de plus d'une longueur de corrélation : $\langle \Delta r^2 \rangle = 2D_m \Delta s$. Le transport des rayons cosmiques est très affecté par ce comportement chaotique des lignes de champ, comme l'étude de Casse et al. l'a clairement mis en lumière [2]. Notamment la diffusion transverse est complètement contrôlée par le chaos magnétique et dépend des deux caractéristiques précédemment mentionnées. Le taux d'écartement moyen entre lignes de champ dépend du paramètre d'irrégularité η et de la longueur de corrélation ℓ_c : en effet la longueur de Kolmogorov $\ell_K \propto \ell_c / \eta^{1+\varepsilon'}$; et la diffusion magnétique $D_m \propto \ell_c \eta^{1+\varepsilon''}$. Une analyse des conséquences du chaos sur la diffusion des particules conduit au résultat suivant :

$$D_{\perp} = \eta^{2+\varepsilon} D_{\parallel} \quad (24)$$

Par ailleurs, les simulations numériques montrent que ν_s et D_{\parallel} gardent la même dépendance en fonction de ρ et η qu'en théorie quasi-linéaire (turbulence faible), si ce n'est que ν_s décroît moins brutalement pour $\rho > 1$. Le résultat (24), conforme aux simulations numériques, invalide à la fois la prédiction de la théorie quasi-linéaire et la conjecture de Bohm et souligne l'importance du chaos dans la compréhension du transport.

5. Equation de Transport des Rayons Cosmiques

The transport equation can be introduced by simply extending the usual spatial diffusion equation. Let consider a spatial random coordinate $x(t)$ of a particle diffusing in a fluid of bulk velocity u . During Δt , very short compared to the diffusion time, the particle position varied of an amount $\Delta x = u\Delta t + \delta x$; the first contribution is due to the bulk motion of the scattering medium and the second one δx is due to purely random diffusion of vanishing average and of variance proportional to Δt :

$$\langle \delta x^2 \rangle = 2D\Delta t ; \quad (25)$$

this behaviour is typical of a random motion with short correlation time like brownian motions. The probability density g describing the location of the particle in the flow is governed by the following equation :

$$\frac{\partial}{\partial t} g = -\frac{\partial}{\partial x} u g + \frac{\partial}{\partial x} D \frac{\partial}{\partial x} g . \quad (26)$$

Consider now the energy variable p . It suffers a radiative decrease (ordered variation), a systematic gain by first order Fermi process (ordered variation in average) and also random variations δp at the scattering time scale caused by the second order Fermi process on Alfvén waves. Thus the variation is of the form :

$$\Delta p = A\Delta t + \delta p , \quad (27)$$

with the energy diffusion (2nd order Fermi process) :

$$\langle \delta p^2 \rangle = 2\Gamma\Delta t . \quad (28)$$

The transport equation is an evolution equation for the isotropic part $\bar{f}(p, x)$ of the complete distribution, assuming weak anisotropy; the function is normalized such that the number density of cosmic rays $n_* = \int f 4\pi p^2 dp$. The transport equation reads [7] :

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{f} + \frac{\partial}{\partial x} u \bar{f} = -\frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 A \bar{f} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} p^2 \Gamma \frac{\partial}{\partial p} \bar{f} + \frac{\partial}{\partial x} D \frac{\partial}{\partial x} \bar{f} . \quad (29)$$

The “friction” term A describes not only all the various kinds of energy loss, but also the energy gain by first order process. The radiation loss of a relativistic particle of Lorentz factor γ comes from forward photon emission in a narrow cone of half-angle γ^{-1} with respect to its momentum, which leads to a friction force in opposite direction to its momentum. Synchrotron and inverse Compton radiative losses contribute to A as follows :

$$A_{\text{rad}} \equiv \frac{\langle \Delta p \rangle}{\Delta t} \Big|_{\text{rad}} = -\frac{4}{3} \sigma_T \left(\frac{m_e}{m}\right)^2 (W_m + W_{\text{ph}}) \gamma^2 , \quad (30)$$

where W_m is the magnetic energy density (synchrotron) and W_{ph} the energy density of the low energy photons (Compton effect in Thomson regime). Usually the radiative losses are considered for the electrons only because of the very small ratio $(\frac{m_e}{m})^2$ for other particles; however for UHE-protons, these radiative losses can be important as will be examined further on. The contribution of the first order Fermi process is obtained by inserting the average power delivered to the particle through the convergence of the scattering medium. Indeed the first order Fermi process can be described as a non inertial entrainment due to the deceleration of the scattering medium. In this physical situation, the inertial force is $F_j = -p_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$, and its accelerating power

$$P_{\text{acc}} = - \langle v_j p_i \rangle \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = -\frac{pv}{3} \text{div } \vec{u} . \quad (31)$$

Only a compressed flow ($\text{div } \vec{u} < 0$) produces a first order acceleration. Its contribution to the simplified equation (29) is thus

$$A_{acc} = -\frac{p}{3} \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (32)$$

The extension of the previous transport equation to several space variables is straightforward.

6. Pourquoi les Processus de Fermi ?

Comme indiqué en introduction, les processus d'accélération de Fermi doivent leur efficacité à celle de la diffusion sur les irrégularités magnétiques. En régime non-relativiste, le processus d'accélération de Fermi du 1^{er} ordre a un temps caractéristique d'accélération $\tau_1 \sim \tau_s / \beta_s^2$, où $\beta_s c$ est la vitesse du front de choc se propageant dans le plasma amont, et celui du second ordre $\tau_2 \sim \tau_s / \beta_A^2$ où $\beta_A c = V_A$ est la vitesse de propagation des ondes d'Alfvén. Seule la circonstance $\beta_s > \beta_A$ permet de dire que le processus du 1^{er} ordre est plus efficace. N'y a-t-il pas d'autres processus efficaces d'accélération des particules ?

Peut-on imaginer de grandes différences de potentiel engendrées dans certaines régions cosmiques ? Les plus grandes différences de potentiel envisagées sont dans les magnétosphères de pulsars entre l'axe magnétique et la dernière ligne magnétique ouverte : $\Delta V = \frac{\Omega_*}{2\pi c} \Delta\Phi$, Ω_* étant la vitesse de rotation de la magnétosphère et $\Delta\Phi$ le flux magnétique entre l'axe et la dernière surface magnétique ouverte. Avec les paramètres standards,

$$\Delta V \sim 10^{12} \left(\frac{B}{10^{12} \text{ G}} \right) \left(\frac{P}{1 \text{ s}} \right)^{-1} \text{ eV}. \quad (33)$$

Cette différence de potentiel ne permet pas une accélération au voisinage des calottes polaires, mais on devrait retrouver cette différence de potentiel entre le pied de la dernière ligne ouverte et son "extrémité" par le développement d'une composante de champ électrique parallèle à la ligne magnétique. Même en considérant un pulsar milliseconde avec un champ plus fort que la moyenne, on atteint à peine les énergies recouvrant le genou de la distribution des rayons cosmiques, sauf avec d'éventuels noyaux de fer.

Le phénomène de reconnection magnétique est connu pour produire des particules suprathermiques. Dans sa configuration quasi bidimensionnelle où la polarité du champ magnétique s'inverse sur une couche "neutre" séparant deux régions régies par la MHD idéale (avec un fort nombre de Reynolds magnétique $\mathcal{R}_m = u_0 l_0 / \nu_m \gg 1$), un site de reconnection est un lieu de convergence du plasma sous l'effet de la force

de Lorentz. En effet, un fort courant est concentré sur la couche neutre de sorte que $\vec{J} \times \vec{B}$ écrase la couche jusqu'à une petite épaisseur δ caractérisant le développement d'une forte dissipation par effet Joule, telle que $\mathcal{R}_m = 1$. Sur la couche $J \sim B_0/\delta\mu_0$ et un champ électrique intense se développe transversalement $E = \eta J \sim \eta B_0/\delta\mu_0$. Le long de cette couche de longueur ℓ , le plus souvent malheureusement mal déterminée, une forte différence de potentiel se développe $\Delta V \sim u_0 B_0 \ell$ et les particules atteignent une énergie chiffrable selon une formule semblable à celle de Hillas : $\epsilon_{\max} \sim Zeu_0 B_0 \ell$.

La microturbulence d'ondes de plasma développe également des composantes de champ électrique E_{\parallel} parallèles au champ magnétique moyen, mais aléatoires cette fois. Ils donnent lieu à de la diffusion en énergie : de $\dot{p}_{\parallel} = qE_{\parallel}$ découle

$$\Gamma_{\parallel} \equiv \frac{\langle \delta p_{\parallel}^2 \rangle}{2\Delta t} = q^2 \int_0^{\infty} \langle E_{\parallel}(t)E_{\parallel}(t-\tau) \rangle d\tau . \quad (34)$$

La microturbulence contribue également à isotropiser rapidement les fonctions de distribution.

La turbulence de Langmuir (ondes électrostatiques électroniques de pulsation ω_{pe}) peut atteindre un niveau d'énergie de densité comparable à la densité d'énergie thermique nT et avoir un temps de cohérence très court ($\sim \omega_{pe}^{-1}$). Le temps d'accélération est alors très rapide :

$$\tau_{\text{acc}} \equiv \frac{p^2}{2\Gamma_{\parallel}} \sim \frac{p^2}{\bar{p}^2} \omega_{pe}^{-1} . \quad (35)$$

Ce processus d'accélération a une efficacité très grande mais à basse énergie. C'est un processus intéressant pour injecter des électrons dans le rayonnement cosmique. Le problème de l'injection des particules dans le rayonnement cosmique peut être envisagé de plusieurs façons. Un problème fondamental est que l'interaction avec les irrégularités MHD n'opère qu'au-dessus d'un seuil : $r_L > \ell_{\min} \sim V_A/\omega_{ci}$, soit $\epsilon > m_p V_A c$; ce seuil est souvent très élevé pour les électrons.

Les ondes magnéto-soniques sont également intéressantes. A priori, en MHD idéale, il n'y a pas de composantes E_{\parallel} ; cependant en corrigeant la MHD par la loi d'Ohm généralisée qui contient des effets bi-fluides, on obtient une telle composante résultant de l'effet de compression de l'onde magnéto-sonique : $qE_{\parallel} = T_e(\nabla_{\parallel} n_e)/n_e$; ce champ est absorbé par effet Landau et communique alors de l'énergie aux particules (c'est l'un des modes de chauffage possible d'un plasma dans un Tokamak). Le temps d'accélération peut alors être chiffré comme suit :

$$\tau_{\text{acc}} \sim \omega_{ci}^{-1} \frac{P_m}{P} \frac{p^2}{m_i T} . \quad (36)$$

C'est un bon injecteur de particules dans le rayonnement cosmique. Mais comme l'accélération par ondes de Langmuir, ce temps s'allonge proportionnellement à p^2 et tôt ou tard, les processus de Fermi deviennent dominants, avec des temps s'allongeant moins vite avec l'énergie : $\tau_{\text{acc}} \propto \tau_s \propto p^{2-\beta}$.

7. Remarque en guise de conclusion

Le champ magnétique permet beaucoup de choses en astrophysique des hautes énergies. Il joue un rôle important dans l'extraction du moment angulaire dans les disques d'accrétion, il permet de lancer les jets et de les collimater, et ses irrégularités permettent le transport et l'accélération. Mais, c'est un agent double, il limite aussi l'énergie des particules qu'il accélère en leur faisant subir des pertes synchrotron. Ainsi, il faut qu'il soit fort pour accélérer efficacement les particules, mais pas trop : la coupure synchrotron de particules accélérées par processus de Fermi décroît lorsque B augmente, grossièrement $\epsilon_c \propto B^{-1/2}$. Cependant ces pertes synchrotron permettent de révéler la présence du champ magnétique et parfois de l'estimer, notamment quand l'effet de rotation Faraday ou l'effet de dépolarisation Faraday sont observables. Le champ magnétique joue donc un rôle considérable en astrophysique des hautes énergies de concert avec la gravitation, mais il est malheureusement mal déterminé et les effets physiques qu'il produit sont parfois difficiles à maîtriser. Il y a donc du pain sur la planche dans cette direction...

Références

- [1] Begelman M., Kirk J., 1990, ApJ, 353, 66.
- [2] Casse F., Lemoine M., Pelletier G., 2002, Phys. Rev. D., 65, 023002.
- [3] Jokipii J.R., 1966, ApJ, 146, 480 ; 1987, ApJ, 313, 842.
- [4] Jones F.C., Jokipii J.R., Baring M.G., 1998, ApJ, 509, 238.
- [5] Pelletier G., 1999, A & A, 350, 705.
- [6] Schatzman E., 1963, Annales d'Astrophysique, 26, 234.
- [7] Skilling J., 1975, MNRAS, 172, 557.
- [8] Zaslavsky G.M., & Chirikov B.V., 1972, Sov. Phys. Uspekhi, 14, 549 ; Chirikov B.V., 1979, Phys. Reports, 52, 265.