

## **Modélisation multi-échelle du transport et de l'accélération des rayons cosmiques**

Fabien Casse

*Institut de Physique des Plasmas "Rijnhuizen" (FOM-Euratom),  
Utrecht, Pays-Bas*

**Abstract.** The topic of this lecture is to present some aspects on numerical modeling of cosmic ray transport. As the acceleration of these ultra-energetic particles relies on the interaction with the background fluid, it is compulsory to consider both macroscopic and microscopic approaches of this phenomenon. In the first part of this lecture, I will present the macroscopic side of this modelling by introducing magnetohydrodynamics (MHD); then after describing the kinetic (microscopic) side of the acceleration, I will present an elegant way to couple these two formalismes in order to produce cosmic-rays spectra from different astrophysical sources.

### **Table des matières**

<b>1. Introduction</b>	<b>76</b>
<b>2. Diffusion chaotique magnétique</b>	<b>77</b>
2.1 Champs magnétiques turbulents . . . . .	77
2.2 Une approche numérique pour la mesure des coefficients de diffusion . . . . .	77
<b>3. La magnétohydrodynamique</b>	<b>79</b>
3.1 Le formalisme de la MHD . . . . .	79
3.2 Résolution numérique des équations MHD . . . . .	80
<b>4. Approche multi-échelle du problème</b>	<b>81</b>
4.1 Résolution des équations de Fokker-Planck . . . . .	82
4.2 Un exemple d'application . . . . .	83
4.3 Couplage Fokker-Planck et MHD . . . . .	83
<b>5. Perspectives...</b>	<b>86</b>

## 1. Introduction

Les rayons cosmiques de haute-énergie ( $> 10$  GeV) sont des particules ultra-relativistes dont les interactions avec le milieu ambiant sont des phénomènes complexes à étudier. En effet, étant donné leur nature ultra-énergétique, il est impossible de quantifier leur évolution en employant les mêmes méthodes que pour les particules composant la majorité des plasmas astrophysiques. Ces derniers se trouvant dans un équilibre thermodynamique local, il est possible de décrire leur évolution d'ensemble grâce à des approximations quant à la grande échelle de leurs variations. Ainsi a été créée la magnétohydrodynamique (MHD) qui vise à décrire le plasma non plus en termes de particules individuelles mais en termes de fluide moyen, fluide régi par sa densité, sa vitesse moyenne, son énergie moyenne et son champ magnétique moyen.

Les approximations citées précédemment ne peuvent être vérifiées dans le cas des rayons cosmiques car ces particules sont intrinsèquement non-thermiques. Il n'existe pour l'heure aucune alternative à la théorie cinétique pour la description de leur transport. L'approche habituelle de cette description est d'utiliser les équations cinétiques qui d'écrivent l'évolution temporelle de la fonction de distribution dans l'espace des phases, sous une forme dite "Fokker-Planck" (voir cours de Guy Pelletier dans ce même volume). Dans le cas d'une accélération de rayons cosmiques par un choc astrophysique, cette équation cinétique s'écrit (voir cours d'Etienne Parizot dans ce volume) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} &= -(\mathbf{u} \cdot \nabla)f + \frac{1}{3}(\nabla \cdot \mathbf{u})p \frac{\partial f}{\partial p} + \nabla_i \cdot (D_{ij} \nabla_j f) \\ &+ \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left( D_{pp} p^2 \frac{\partial f}{\partial p} \right) + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

où  $f$  est la fonction de distribution,  $\mathbf{u}$  la vitesse moyenne du plasma portant le choc,  $D_{ij}$  le tenseur de diffusion spatiale et  $D_{pp}$  le coefficient de diffusion en énergie. La connaissance de  $f$  est la clé de la description du transport car cette fonction régit intégralement le comportement des rayons cosmiques. La difficulté de cette approche réside dans la résolution analytique de l'équation (1). Cette dernière est une équation aux dérivées partielles dont les coefficients dépendent des variables spatiales et énergétique du problème, rendant sa résolution extrêmement ardue. De plus, des ingrédients extérieurs au problème comme la vitesse moyenne du plasma ne sont a priori pas connus et nécessitent l'intervention de descriptions macroscopiques comme la MHD pour fermer le problème. Ainsi, comme le montre cette équation, l'évolution des rayons cosmiques est indissociable de l'évolution de leur environnement.

## 2. Diffusion chaotique magnétique

### 2.1 Champs magnétiques turbulents

Dans l'introduction, nous avons déjà eu un avant-goût de la complexité des équations régissant la physique des rayons cosmiques. Au sein de l'équation (1), le tenseur de diffusion spatiale joue un rôle crucial car il est à la base du mécanisme de choc diffusif, permettant aux rayons cosmiques de franchir un grand nombre de fois le front de choc. Ce problème de la turbulence magnétique s'applique à des domaines variés comme la fusion magnétiquement contrôlée, la physique des environnements astrophysiques, etc...

Jusqu'à présent, les coefficients composant ce tenseur n'ont pu être mesurés et aucune théorie à l'heure actuelle n'est en mesure d'explicitier leurs expressions théoriques en fonction du niveau de turbulence magnétique et de l'énergie des particules. Dans les configurations où la turbulence magnétique est extrêmement faible ( $\eta = \langle \delta B^2 \rangle / (\langle \delta B^2 \rangle + B_o^2) \ll 1$ ), seule une théorie dite quasi-linéaire peut donner l'expression de la diffusion spatiale le long du champ magnétique moyen ( $B_o$ ). Le seul moyen que nous ayons pour connaître ces coefficients de diffusion est de faire appel à des méthodes numériques qui peuvent nous permettre de mesurer cet effet de diffusion.

### 2.2 Une approche numérique pour la mesure des coefficients de diffusion

Une possibilité pour déterminer les coefficients de diffusion est de s'intéresser à leur définition même. Prenons une direction suivant un axe  $x$ , le coefficient de diffusion le long de cet axe s'écrira

$$D_{xx} = \frac{\langle \Delta X^2 \rangle}{2\Delta t} \quad (2)$$

où  $\langle \Delta X^2 \rangle$  est la variance de position le long de l'axe par rapport à la position initiale. On dit que le système est dans un état de diffusion si après un temps court, ce coefficient ne dépend plus du temps. La moyennisation apparaissant dans l'équation (2) doit être faite sur les réalisations du champ (sur un grand nombre de parties du champ magnétique total). Si la turbulence est isotrope (Kolmogorov ou Kraichnan), on peut décrire la diffusion dans tout l'espace avec seulement deux coefficients, l'un décrivant la diffusion parallèle au champ moyen  $D_{//}$ , l'autre dans la direction transverse à ce champ  $D_{\perp}$ .

La mesure effective de ces coefficients peut être réalisée si l'on modélise un champ magnétique turbulent dans lequel on intègre la trajectoire d'un échantillon de particules. En faisant une hypothèse d'ergodicité, on peut alors mesurer ces coefficients en moyennant les variances de leurs coordonnées en fonction du temps. L'obtention d'un champ magnétique

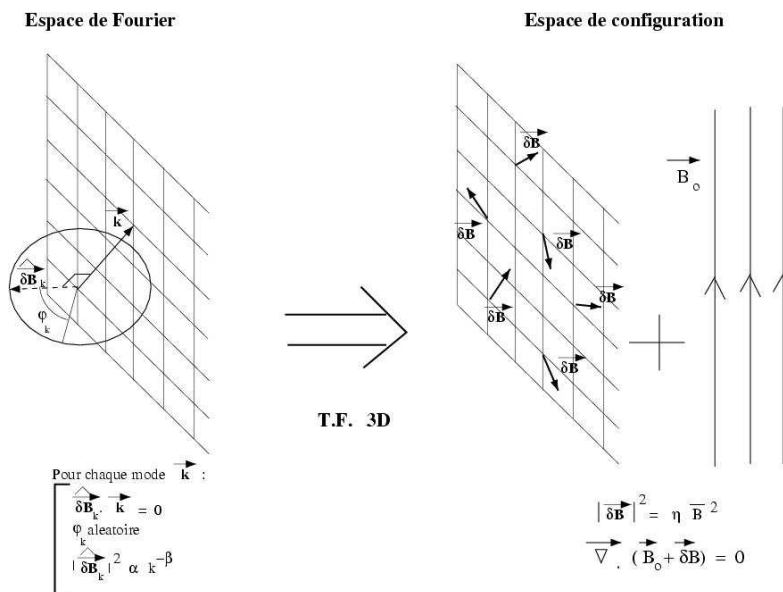


Figure 1.: Schéma décrivant la procédure numérique d'obtention d'un champ magnétique turbulent. En commençant par un tirage aléatoire tel que chaque composante de Fourier du champ magnétique soit perpendiculaire à son vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  ( $\rightarrow \nabla \cdot \delta \mathbf{B} = 0$ ), puis en faisant une transformée de Fourier inverse, on obtient la partie turbulente du champ. A cela on ajoute la partie à grande échelle pour obtenir le champ magnétique total (Casse 2001).

turbulent peut être réalisé par une approche similaire à celle décrite par la figure (1).

Le cas d'une turbulence magnétique isotrope de type Kolmogorov et Kraichnan a été étudié par Casse, Lemoine & Pelletier (2002). Dans cette étude, la preuve est apportée que les particules expérimentent un phénomène de diffusion et que les coefficients obtenus sont intimement liés au chaos magnétique. L'expression obtenue dans le cas d'une turbulence ayant un spectre  $S(\mathbf{k}) \propto k^{-\beta}$  est

$$D_{//} \propto \frac{c\lambda_{max}}{\eta} \rho^{2-\beta}; \quad D_{\perp} = \eta^{2.3} D_{//} \quad (3)$$

où  $\rho = 2\pi R_L / \lambda_{max}$  est la rigidité de la particule ( $R_L$  rayon de Larmor et  $\lambda_{max}$  longueur d'onde maximale de la turbulence). La figure (2) illustre les résultats numériques obtenus pour ces deux coefficients. Il est très important de noter qu'aucune trace d'une diffusion de Bohm n'a été trouvée dans ce travail, ce qui met à mal nombre d'estimations sur les capacités

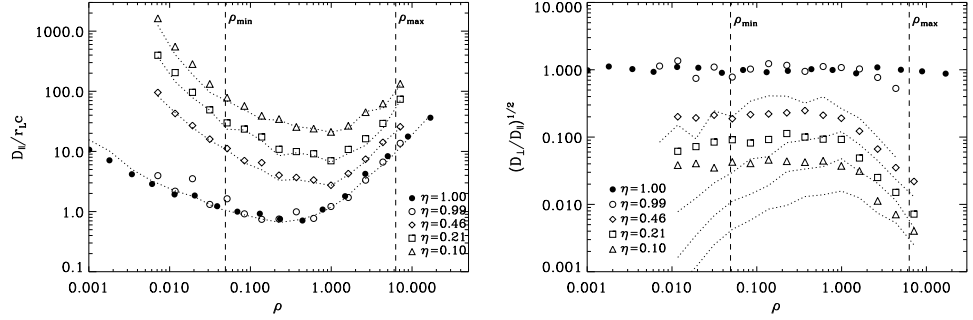


Figure 2.: Mesure des coefficients de diffusion spatiale effectuée dans une expérience numérique menée par Casse, Lemoine & Pelletier (2002) en utilisant la méthode présentée par la figure (1).

d'accélération des enceintes astrophysiques. Ce régime de diffusion particulier naît d'une hypothèse où l'on veut que le libre parcours moyen d'une particule soit égal à son propre rayon de Larmor, ce qui mène à  $D_{Bohm} \sim R_{LC}$ .

### 3. La magnétohydrodynamique

#### 3.1 Le formalisme de la MHD

La dynamique d'une enceinte astrophysique composée de plasma peut être décrite par la MHD. La MHD est le jeu d'équations que l'on obtient en intégrant successivement l'équation cinétique de base sur les différents moments de la vitesse des particules, en supposant que l'échelle de variation des phénomènes est grande. Ainsi obtient-on la conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \rho \mathbf{u} \mathbf{u} - \frac{\mathbf{B} \mathbf{B}}{\mu_o} \right) + \nabla \left( \frac{B^2}{2\mu_o} + P \right) = 0 \quad (5)$$

$$e = \frac{\rho \mathbf{u}^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_o} + \frac{P}{\Gamma - 1} \quad (6)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \rho \mathbf{u} e - \frac{\mathbf{B} \mathbf{B}}{\mu_o} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \left[ P + \frac{B^2}{2\mu_o} \right] \right) = 0 \quad (7)$$

où  $\rho$  est la densité du plasma,  $B$  le champ magnétique,  $P$  la pression thermique et  $e$  la densité d'énergie totale (d'autres ingrédients peuvent entrer

dans la composition de ces équations comme par exemple la gravité). La présence d'un champ magnétique au sein même du plasma complique singulièrement le problème car aux équations précédentes, il faut ajouter l'évolution de  $B$  avec une équation d'induction déduite des équations de Maxwell,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{B} - \mathbf{B}\mathbf{u}) . \quad (8)$$

Le jeu d'équations obtenues est malheureusement très difficilement soluble analytiquement en raison de la haute non-linéarité des équations. C'est pourquoi, dans la plupart des cas, il faut faire appel à un code numérique qui peut résoudre ces équations en utilisant des méthodes de troncation plus ou moins précises et ainsi permettre de connaître l'évolution temporelle des grandeurs citées plus haut.

### 3.2 Résolution numérique des équations MHD

Le nombre et la variété des méthodes numériques de résolution des équations MHD étant très grands, je ne ferai pas de revue ici. Pour ceux qui seraient intéressés par ces méthodes numériques, vous pouvez consulter les cours de physique des fluides par l'aspect numérique de Rony Keppens (<http://www.rijnh.nl/n3/n2/Cont.html>, rubrique 2003).

L'idée de base des codes MHD est d'intégrer dans le temps le système d'équations cité plus haut à partir de conditions initiales données par l'utilisateur. L'intégration du problème se déroule au sein d'un domaine fixé par l'utilisateur et peut être unidimensionnel, bidimensionnel ou même tridimensionnel suivant le type d'applications. Ce domaine doit être recouvert d'une grille de cellules dont chacune représente un volume fini de l'espace considéré. Ceci est nécessaire car bien que le domaine défini soit d'un volume fini, il contient une infinité de points nécessitant une mémoire infinie de la part de l'ordinateur. Ainsi, dans la classe des codes dits à volumes finis, chaque variable physique (densité, vitesse...) ne représente plus une quantité physique à un point donné, mais la moyenne de celle-ci sur le volume d'une cellule, cellule existant en nombre fini.

Comme montré sur la figure (3), l'intégration temporelle peut se faire en considérant les flux entre cellules voisines en vertu du théorème d'Ostrogradski. En effet, considérant une cellule de coordonnées  $(i, j)$  sur la grille, une grandeur  $A$  verra sa dérivée temporelle moyennée sur la cellule

$$\iiint_{Cel} \frac{\partial A}{\partial t} dV = \iiint_{Cel} \nabla \cdot \mathbf{F} dV = \iint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} \quad (9)$$

où les flux  $\mathbf{F}$  sont donnés par les équations MHD. La méthode d'intégration temporelle varie selon les codes numériques mais doit obligatoirement respecter le principe de causalité. Ainsi le choix du pas de

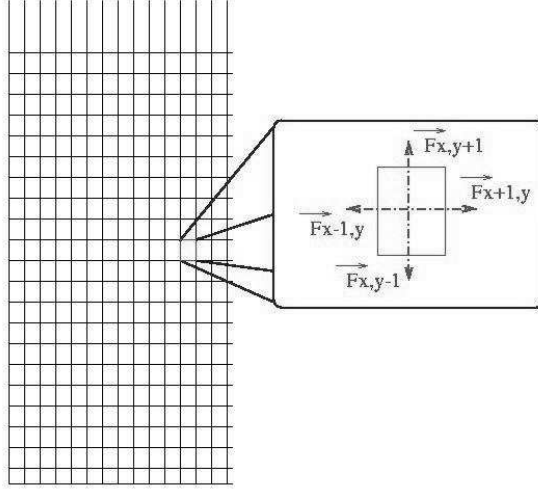


Figure 3.: Schéma décrivant l'interaction entre une cellule de la grille numérique d'un code MHD et ses voisines. Les flux  $F_{ij}$ , donnés par les équations MHD déterminent l'évolution temporelle des grandeurs du système (Cf équation (9)).

temps est toujours majoré par les conditions physiques présentes au pas de temps précédent. En effet, pour que l'information ne se propage plus vite que les ondes présentes dans le fluide lui-même, la condition dite de Courant-Friedrichs-Levy (CFL) impose que

$$\Delta t \leq C \min_{q=x,y,z} \frac{\Delta q}{c_q^{max}} \quad (10)$$

où  $C \leq 1$  est le paramètre CFL et  $c_q^{max}$  la vitesse maximale de propagation de l'information dans la direction  $q$ .

En itérant un nombre suffisant de fois, on obtient de façon numérique les propriétés du plasma. Le prix à payer est la discrétisation de l'espace physique qui se révèle être une limite de résolution spatiale imposée principalement par l'informatique et ses performances en termes de mémoire.

#### 4. Approche multi-échelle du problème

Le transport des rayons cosmiques, régit par l'équation (1), est un phénomène complexe à modéliser car opérant sur différentes échelles, chacune décrite par des formalismes distincts. Ainsi, dans cette section, je vais tenter de donner au lecteur une idée plus précise sur les possibilités

existantes pour mener à bien la découverte du transport de ces fascinantes particules.

#### 4.1 Résolution des équations de Fokker-Planck

Comme je l'ai déjà dit en introduction, la résolution de l'équation de Fokker-Planck n'est pas possible sur le plan analytique (sauf dans les cas très simplistes). Heureusement on peut contourner la difficulté en s'appuyant sur des ressemblances très fortes existant entre les équations de Fokker-Planck et certaines équations décrivant les fluctuations économiques. En effet, Itô (1951) a montré qu'à toute équation du type

$$\frac{\partial f}{\partial t} = - \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial X_i} (A_i(t, \mathbf{X}) f(t, \mathbf{X})) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial^2}{\partial X_i \partial X_j} \left( \sum_{k=1}^N B_{ik}(t, \mathbf{X}) B_{kj}^T(t, \mathbf{X}) f(t, \mathbf{X}) \right) \quad (11)$$

correspond un jeu d'équations stochastiques différentielles (ESD) de la forme (voir aussi Krull & Achterberg (1994))

$$\frac{d\mathbf{X}_{t,i}}{dt} = A_i(t, \mathbf{X}_t) + \sum_{j=1}^N B_{ij}(t, \mathbf{X}_t) \frac{dW_{t,j}}{dt} \quad , \quad i = 1, \dots, N \quad (12)$$

où  $\mathbf{X}$  est la variable de l'espace des phases à  $N$  dimensions. La grandeur  $dW_{t,j}/dt$  est une variable stochastique, c'est à dire une variable dont on ne peut prévoir la valeur à l'avance mais dont la valeur moyenne est nulle et la variance égale à l'unité. Il est numériquement possible de représenter ce genre de grandeur grâce à des méthodes Monte-Carlo qui visent à effectuer un tirage aléatoire suivant des lois de probabilité de valeur nulle et de variance unité. Le jeu d'ESD décrit la trajectoire d'une particule dans l'espace des phases suite à l'influence d'éléments systématiques (vitesse moyenne du fluide, ..) et d'éléments aléatoires comme la diffusion engendrée par la turbulence magnétique. Si on intègre les trajectoires d'un nombre suffisant de particules  $\varphi$ , on peut alors reconstruire la fonction de distribution de cette population grâce à la relation

$$f(\mathbf{X}, t) = \frac{d\varphi}{d\mathbf{X}} \quad . \quad (13)$$

Dans la prochaine partie, je présenterai un exemple très simple d'utilisation des ESD, illustrant l'intérêt de cette technique où la complexité des coefficients de l'équation de Fokker-Planck n'est plus un obstacle à sa résolution.



#### 4.2 Un exemple d'application

Prenons le cas unidimensionnel d'un fluide se propageant à la vitesse  $u$  le long d'un axe  $x$  et soumis à un effet de diffusion le long de cet axe décrit par le coefficient  $D_{xx}$ . L'équation de Fokker-Planck s'écrira alors (cf. cours d'Etienne Parizot) :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -U \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{3} \frac{\partial U}{\partial x} p \frac{\partial f}{\partial p} + \frac{\partial}{\partial x} D_{xx} \frac{\partial f}{\partial x}. \quad (14)$$

Pour obtenir une équation similaire à l'équation (11), on peut retravailler l'expression du dessus en multipliant par  $p^2$  les deux membres pour enfin aboutir à

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\frac{\partial FU}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{1}{3} \frac{\partial U}{\partial x} p F \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (D_{xx} F) - \frac{\partial}{\partial x} \left( F \frac{\partial D_{xx}}{\partial x} \right) \quad (15)$$

où la fonction  $F = p^2 f$ . La dérivation des ESD est directe si l'on suppose que le tenseur de diffusion est diagonal (ici réduit à un élément). L'expression du jeu d'ESD sera alors (espace des phases à deux dimensions où  $x$  est la coordonnée spatiale de la particule considérée et  $p$  son impulsion)

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = U + \frac{\partial D_{xx}}{\partial x} + \frac{dW_x}{dt} \sqrt{2D_{xx}} \\ \frac{dp}{dt} = -\frac{\partial U}{3\partial x} p \end{cases}$$

La variable  $W_x$  est obtenue par tirage aléatoire suivant les règles prescrites précédemment. L'intégration des trajectoires peut se faire suivant différentes méthodes. La plus simple est d'utiliser la méthode d'Euler où les nouvelles positions au temps  $t + \Delta t$  sont obtenues par

$$\begin{cases} x(t + \Delta t) = x(t) + (U + \frac{\partial D_{xx}}{\partial x}) \Delta t + \xi_x \sqrt{2D_{xx} \Delta t} \\ p(t + \Delta t) = p(t) - (\frac{\partial U}{3\partial x} p(t)) \Delta t \end{cases}$$

Dans la prochaine partie, je vais montrer que le choix du pas de temps  $\Delta t$  n'est pas libre mais soumis à des contraintes dues au couplage avec la description MHD.

#### 4.3 Couplage Fokker-Planck et MHD

La résolution du jeu d'ESD est directe si tant est que l'on dispose du champ de vitesse du fluide ainsi que de l'orientation et de l'amplitude du champ magnétique (pour écrire le tenseur de diffusion en fonction de  $D_{//}$  et  $D_{\perp}$ ). Ces informations peuvent être transmises par un code MHD

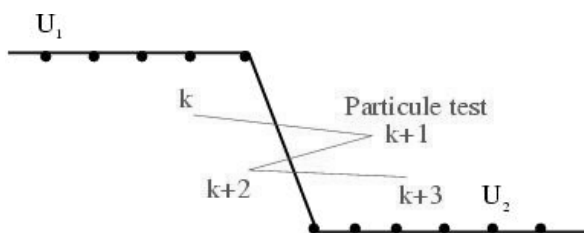


Figure 4.: Schéma de la trajectoire d'une particule à plusieurs pas de temps successifs. La discrétisation spatiale d'un code MHD décrit un choc physique comme une transition de vitesse se produisant sur typiquement une cellule de la grille. Cette taille du choc (qui doit être vu par la particule comme une transition infiniment fine) impose des contraintes sur le pas de temps  $\Delta t$  des ESD.

appliqué à la dynamique du fluide thermique. Un point important est que le code MHD ne donne pas la valeur de ces grandeurs en tout point de l'espace mais sur les points d'une grille discrète. Ainsi, si un choc est dans la réalité une transition extrêmement brutale de vitesse, le code MHD ne le décrira que comme une transition d'épaisseur correspondant à la taille d'une cellule de la grille (*cf.* figure 4).

Afin de rendre compte du mouvement de diffusion de la particule de part et d'autre du choc, il faut adapter le pas de temps  $\Delta t$  des ESD afin de se retrouver avec un "ordering" tel que

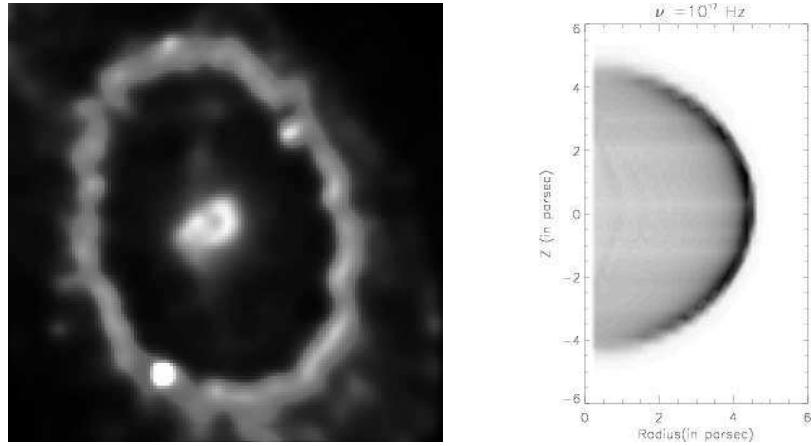
$$\Delta X_{adv} = \left( U + \frac{\partial D_{xx}}{\partial x} \right) \Delta t \ll \Delta X_{choc} < \Delta X_{diff} = \sqrt{2D_{xx}\Delta t} \quad (16)$$

où  $\Delta X_{choc}$  est l'épaisseur du choc vu par le code MHD qui est de l'ordre de une à quelques cellules de sa grille. L'agencement des inégalités précédentes peut se traduire par deux conditions, l'une sur le pas de temps  $\Delta t$ , l'autre sur le coefficient de diffusion :

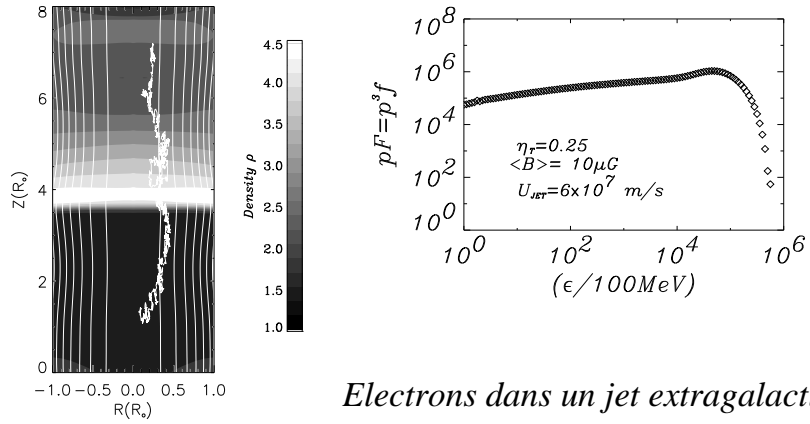
$$\begin{cases} \Delta t < 2D_{xx}/U^2 \\ D_{xx} > |U|\Delta X_{choc}/2 = D_{min} . \end{cases}$$

La première contrainte majore le pas de temps des ESD alors que la seconde est une limite de validité de la méthode. En effet, si la population de particules considérée est caractérisée par des coefficients de diffusion ne satisfaisant pas  $D > D_{min}$ , il faut alors soit augmenter la résolution spatiale du code, soit changer de méthode!

Plusieurs travaux ont expérimenté ce genre de couplage entre ESD et hydrodynamique (Van Der Swaluw 2001) ou magnetohydrodynamique



*Carte synchrotron issue d'une explosion de Super-Nova*



*Electrons dans un jet extragalactique*

Figure 5.: Applications du couplage présenté dans la partie 4 à des chocs de supernovae (en haut, Van der Swaluw 2001) et la carte radio-synchrotron correspondante ; en bas spectre d'électrons accélérés dans les chocs internes d'un jet extragalactique (Casse & Marcowith 2003).

(Casse & Marcowith 2003). Le premier s'est attaché à l'accélération d'électrons dans les chocs de Supernovae alors que le second s'est intéressé aux chocs internes dans les jets extra-galactiques. La figure 5 montre un bref résumé des spectres et cartes d'émission synchrotron alors obtenus.

## 5. Perspectives...

Le document réalisé ici ne présente pas une revue exhaustive des méthodes numériques employées dans la communauté des astroparticules. Le but de ce cours était de faire sentir au lecteur (si ce n'était pas encore le cas) que la physique des rayons cosmiques nécessite une approche originale qui diffère de nombreuses autres disciplines. Cette approche requiert une conception du problème à plusieurs niveaux physiques, à la fois macroscopique et microscopique. La complexité inhérente à ce genre d'approche impose l'emploi de méthodes numériques qui viennent épauler les investigations théoriques menées jusqu'ici.

Le couplage entre théorie cinétique et (M)HD présenté ici repose sur le formalisme très pratique d'emploi des ESD. Ce formalisme apporte la possibilité de résoudre les problèmes les plus complexes (en termes de champ de vitesse et/ou de diffusion spatiale) tant que ses critères de validité sont vérifiés (*Cf* Eq. (4.3)). Ainsi tout type de populations de particules supra-thermiques peut être étudié (noyaux, électrons, neutrinos, etc...) en incluant les effets du fluide, mais aussi les phénomènes de transport liés à la turbulence à travers des coefficients de diffusion spatiale.

Les développements actuels et futurs des codes MHD tels que les grilles adaptatives sont un espoir d'extension de la méthode présentée ici. En effet, l'obtention de de résolution très fine permettra prochainement de repousser les limites de validité 4.3. Un autre point important est à mentionner : si nous avons traité du couple ESD-MHD, il faut garder à l'esprit que ce couplage n'est pas encore effectué dans les deux sens. La rétroaction des particules supra-thermiques sur le fluide moyen n'est pas prise en compte ici. Des travaux ont déjà été accomplis sur cette rétroaction (voir cours d'Y. Gallant dans ce volume). Le dernier raffinement de ce couplage sera certainement de prendre en compte la rétroaction des particules sur le champ magnétique local, c'est-à-dire la prise en compte des ondes MHD engendrées par l'accélération des rayons cosmiques dans les milieux relativistes.

## Références

- [1] Casse F. & Marcowith A. 2003, *A&A* 404, 405
- [2] Casse F., Lemoine M. & Pelletier G., 2002 *Phys. Rev. D*, 65, 0230002
- [3] Casse F. 2001, Thèse de Doctorat, Université de Grenoble (<http://www-laog.obs.ujf-grenoble.fr/fcasse>)
- [4] Itô K. 1951, *Mem. Am. Phys. Soc.*, 4, 1
- [5] Krulls W & Achterberg A. 1994, *A&A* 286, 314
- [6] Van Der Swaluw E. 2001, PhD Thesis, University of Utrecht