

Les antiprotons : une sonde pour la matière noire et les neutralinos

Pierre Salati

*Laboratoire LAPTH, 9 Chemin de Bellevue, BP110 74941
Annecy-le-Vieux cedex, France*

Abstract. The presence of large amounts of unseen material in the universe has been puzzling astronomers – and resisted them – for decades. The very nature of the so-called astronomical dark matter is still disputed. The neutralinos – a neutral and weakly interacting species predicted by the supersymmetric or extra-dimension extensions of the standard subnuclear model – arise as natural candidates. Would neutralinos pervade the Milky Way as well as extra-galactic systems, they should still annihilate today and produce gamma-rays, antiprotons and positrons which may be detected through the distortions generated in the corresponding energy spectra of the cosmic radiation.

In this contribution, I concentrate specifically on antiprotons and investigate their propagation throughout the Milky Way in the framework of a semi-analytic two-zone model. This article is thought essentially as an exercise where the general principles of cosmic ray propagation – developed in the lecture of D. Maurin and R. Taillet – will be applied to the explicit calculation of the secondary and primary antiproton energy spectra. My aim here is to provide the interested reader with tools and references useful for the construction of a numerical code.

Table des matières

1. Matière noire astronomique et neutralinos	228
2. Rayonnement cosmique galactique : un modèle de propagation–diffusion à deux zones	229
3. Les protons primaires	233
4. Antiprotons secondaires de spallation	236
5. Antiprotons primaires : une signature indirecte des neutralinos	238

1. Matière noire astronomique et neutralinos

Les récentes observations [1] du fond de rayonnement cosmologique micro-onde (CMB) effectuées par WMAP peuvent être combinées de manière indépendante avec la détermination de la relation entre distance de luminosité et décalage vers le rouge des supernovae de type Ia [2] ainsi qu'avec les informations sur les structures à grande échelle dérivées des catalogues de galaxies et de leurs amas [3]. L'image cohérente qui en résulte est celle d'un univers plat dont la densité vaut $\Omega_{\text{tot}} = 1.02 \pm 0.02$. Une fraction importante $\Omega_{\Lambda} = 0.73 \pm 0.04$ de la densité de fermeture provient d'une constante cosmologique ou énergie noire dont l'équation d'état – le rapport pression sur densité $w = P/\rho$ – est proche de la valeur négative -1. Le reste est constitué de matière noire dont la contribution atteint $\Omega_{\text{M}} = 0.27 \pm 0.04$. Cette composante ne peut pas être complètement baryonique car la hauteur relative des pics Doppler du CMB ainsi que la nucléosynthèse primordiale [4] conduisent à une abondance baryonique $\Omega_{\text{B}} = 0.044 \pm 0.004$ ne représentant qu'une fraction de $\sim 16\%$ de Ω_{M} . La présence de matière noire est également décelée à l'échelle des galaxies spirales dont les courbes de rotation restent plates loin du centre, dans une région où la disparition du disque lumineux devrait plutôt conduire à une décroissance Képlérienne de la vitesse de rotation $V_C \propto 1/\sqrt{r}$. Notre Voie Lactée serait ainsi encapuchonnée dans un halo étendu de matière invisible à l'instar de nombreuses spirales et elliptiques. Quant aux amas de galaxies, leur forte dispersion de vitesse σ implique une masse $M(r) \sim \sigma^2 r/G$ plus importante que ne le laisse supposer leur composante lumineuse. C'est d'ailleurs ainsi que Zwicky mesura pour la première fois en 1933 la masse dynamique de l'amas de Coma qu'il trouva cent fois supérieure à la valeur dérivée uniquement à partir de la luminosité. Finalement, le plasma chaud qui se condense dans le puits de potentiel des amas émet un rayonnement X dont le profil et le spectre permettent de remonter – en supposant quand même que ce gaz est en équilibre hydrostatique – à la masse totale du système que l'on trouve précisément égale à la valeur dynamique. La contribution des étoiles et du gaz s'élève à $\sim 15\%$.

Une fraction essentielle de la matière noire est d'origine non-baryonique et sa nature reste un mystère. Le candidat favori est le neutralino, une particule neutre, massive et interagissant faiblement. Une telle particule est naturellement prédite dans les extensions supersymétriques du modèle standard subnucléaire où elle prend la forme d'un fermion lourd de Majorana χ dénommé LSP – pour Lightest Supersymmetric Particle. Dans les théories supposant l'existence de dimensions supplémentaires compactifiées, il s'agit de la première excitation de Kaluza-Klein $B^{(1)}$ associée au boson de jauge de l'hypercharge. Une motivation essentielle en faveur de ces espèces provient de leur comportement

primordial qui conduit naturellement à une abondance cosmologique actuelle en excellent accord avec la valeur observée de Ω_M pour peu que la masse de ces particules soit comprise entre ~ 30 GeV et quelques TeV dans le cas du LSP et dans l'intervalle 600–800 GeV pour l'excitation de Kaluza–Klein B⁽¹⁾. D'importants efforts ont été déployés expérimentalement pour tenter de détecter les neutralinos. La réduction du bruit de fond radioactif – possible grâce à l'utilisation de matériaux inertes – et la recherche conjointe de plusieurs signatures – bolométrie, scintillation et ionisation – rend désormais possible la détection directe de l'énergie déposée dans un instrument terrestre par le passage d'une seule de ces particules évanescences. Une autre voie prometteuse réside dans la recherche des signatures indirectes provenant de l'annihilation mutuelle des neutralinos peuplant le halo de la Voie Lactée

$$\chi + \chi \rightarrow q\bar{q}, W^+W^-, \dots \rightarrow \gamma, \bar{p}, \bar{D}, e^+ \text{ \& } \nu's \ . \quad (1)$$

Une telle réaction devrait produire des photons et neutrinos de haute énergie ainsi que des rayons cosmiques chargés, engendrant ainsi des distorsions spectrales dans les flux par ailleurs observés. Nous allons nous concentrer ici sur les antiprotons et appliquer les concepts généraux développés par D. Maurin et R. Taillet. Ce cours est essentiellement conçu comme une série de travaux dirigés et décrit une approche semi-analytique permettant in fine d'estimer le spectre en énergie des antiprotons primaires et secondaires.

2. Rayonnement cosmique galactique : un modèle de propagation–diffusion à deux zones

- La fonction décrivant la distribution des rayons cosmiques dans l'espace et en énergie est notée

$$\psi(\vec{x}, E) = \frac{d^4N}{d^3\vec{x} dE} = \frac{dn}{dE} \ . \quad (2)$$

Le flux correspondant est alors

$$\Phi(\vec{x}, E) = \frac{1}{4\pi} v(E) \psi \ . \quad (3)$$

L'équation maîtresse régissant l'évolution d'une population de rayons cosmiques est fondée sur la conservation de leur courant J^μ

$$\partial_\mu J^\mu = Q \ . \quad (4)$$

Le terme source Q est positif en cas de création et négatif sinon. La composante spatiale \vec{J} du courant J^μ décrit la propagation des rayons

cosmiques dans l'espace physique et comprend un terme diffusif de coefficient K – que nous supposerons ici homogène – ainsi qu'une composante convective

$$\vec{J} = -K \vec{\nabla} \psi + \psi \vec{V}_C . \quad (5)$$

Le vent galactique \vec{V}_C provient d'une dérive probable du plasma au sein duquel les rayons cosmiques se propagent. Il est dirigé suivant la verticale de part et d'autre du disque dont il s'éloigne

$$\vec{V}_C = V_C \text{sign}(z) \vec{e}_z , \quad (6)$$

et nous supposerons qu'il présente une discontinuité brutale en $z = 0$. La diffusion spatiale provient des collisions élastiques des particules chargées sur les inhomogénéités du champ magnétique – les ondes d'Alfvén. Les centres diffuseurs se déplacent dans le plasma interstellaire. Ils engendrent ainsi un processus de Fermi de second ordre et donc une diffusion en énergie (cf. les cours de Guy Pelletier et d'tienne Parizot). Cette réaccélération diffuseuse est prise en compte par le coefficient D_{EE} et le courant

$$J_E = b^{\text{loss}}(E) \psi - D_{EE}(E) \partial_E \psi . \quad (7)$$

Le terme b^{loss} décrit les pertes en énergie. En effet, les rayons cosmiques sont freinés quand ils traversent du gaz neutre qu'ils ionisent. Ils subissent aussi dans un plasma une friction dynamique d'origine coulombienne (cf. les cours de Jürgen Kiener et d'Alexandre Marcowith). Finalement, leur accélération dans le vent galactique entraîne une perte adiabatique d'énergie – voir le cours de David Maurin et Richard Taillet. Pour une distribution stationnaire, l'équation de diffusion (4) prend la forme

$$\partial_z (V_C \psi) - K \Delta \psi + \partial_E \{ b^{\text{loss}}(E) \psi - D_{EE}(E) \partial_E \psi \} = Q . \quad (8)$$

• Nous nous proposons de résoudre cette équation dans une géométrie particulière. La zone au sein de laquelle les rayons cosmiques se propagent est un cylindre aplati – une boîte de camembert en quelque sorte – de rayon $R \sim 20$ kpc et s'étendant verticalement entre $z = -L$ et $z = +L$. Le disque de la Voie Lactée est au milieu en $z = 0$ et son épaisseur est prise égale à $2h \sim 200$ pc. À l'extérieur de la boîte, les particules s'échappent librement dans le milieu intergalactique et leur densité s'annule sur les bords du domaine en sorte que

$$\psi(r = R, \forall z) \equiv 0 \quad \text{et} \quad \psi(\forall r, z = \pm L) \equiv 0 . \quad (9)$$

La première condition suggère l'utilisation de la transformation de Bessel permettant d'écrire la dépendance radiale de la fonction de distribution

ψ comme une série discrète

$$\psi(r, z, E) = \sum_{i=1}^{+\infty} P_i(z, E) J_0(\alpha_i r/R) \quad (10)$$

sur des fonctions P_i qui ne dépendent plus que de z et de E . Le terme source admet le même genre de développement

$$Q(r, z, E) = \sum_{i=1}^{+\infty} Q_i(z, E) J_0(\alpha_i r/R) \quad (11)$$

Problème n° 1 – Difficulté 1 : La fonction $J_0(u)$ s'annule sur l'ensemble des points $u = \{\alpha_i\}$. Il est possible de définir le produit scalaire entre les fonctions de Bessel $J_0(\alpha_i u)$ et $J_0(\alpha_j u)$ par

$$\int_0^1 u J_0(\alpha_i u) J_0(\alpha_j u) du = \frac{\delta_{ij}}{2} J_1^2(\alpha_i) \quad .$$

Inverser alors le développement (11) et montrer que

$$Q_i(z, E) = \frac{2}{R^2} \frac{1}{J_1^2(\alpha_i)} \int_0^R r J_0\left(\alpha_i \frac{r}{R}\right) Q(r, z, E) dr \quad (12)$$

• Le modèle présenté ici est constitué d'une région de confinement-diffusion s'étendant de part et d'autre d'un disque d'épaisseur $2h$ que nous supposons de surcroît infiniment mince pour simplifier l'approche semi-analytique. Les pertes en énergie et la réaccélération diffusive n'ont lieu que dans le disque seul, d'où l'apparition d'un terme effectif vertical $2h \delta(z)$.

Problème n° 2 – Difficulté 1 : En utilisant l'expression de l'opérateur Laplacien en coordonnées cylindriques

$$\Delta\psi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \frac{\partial\psi}{\partial r} \right\} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \quad ,$$

et en remarquant que la fonction de Bessel $J_0(u)$ satisfait à l'équation différentielle

$$\frac{d^2 J_0}{du^2} + \frac{1}{u} \frac{dJ_0}{du} + J_0 = 0 \quad ,$$

montrer qu'en présence d'un disque mince, l'équation de diffusion (8) se transforme en

$$\partial_z (V_C P_i) - K \partial_z^2 P_i + K \left\{ \frac{\alpha_i^2}{R^2} \right\} P_i + 2h \delta(z) \partial_E \{ b^{\text{loss}}(E) P_i - D_{EE}(E) \partial_E P_i \} = Q_i(z, E) \quad (13)$$

• Dans le reste du cours – à l’exception de la section 5. – les sources des rayons cosmiques sont limitées au disque galactique infiniment mince de sorte que

$$Q(r, z, E) = 2h \delta(z) Q(r, 0, E) \quad , \quad (14)$$

et donc

$$Q_i(z, E) = 2h \delta(z) Q_i(0, E) \quad . \quad (15)$$

Problème n° 3 – Difficulté 2 : La distribution des rayons cosmiques est supposée symétrique par rapport au plan $z = 0$ du disque galactique avec

$$\psi(r, z, E) = \psi(r, -z, E) \quad .$$

Nous nous intéressons ici à la région supérieure de confinement s’étendant de $z = 0_+$ jusqu’au bord $z = L$. La production étant par hypothèse limitée au disque mince seul, l’équation de diffusion (13) se simplifie en

$$\partial_z (V_C P_i) - K \partial_z^2 P_i + K \left\{ \frac{\alpha_i^2}{R^2} \right\} P_i = 0 \quad .$$

Montrer que la transformée de Bessel $P_i(z, E)$ est une combinaison linéaire de distributions exponentielles de la forme $\exp\{\lambda z\}$ où

$$\lambda = \frac{V_C}{2K} \pm \frac{S_i}{2} \quad ,$$

et où

$$S_i^2 = \left(\frac{V_C}{K} \right)^2 + \left(\frac{2\alpha_i}{R} \right)^2 \quad .$$

Montrer que les conditions aux limites imposent que la transformée de Bessel $P_i(z, E)$ s’annule en $z = L$ pour tous les ordres i et en déduire que

$$P_i(z, E) = P_i(0, E) \exp\left\{ \frac{V_C z}{2K} \right\} \mathcal{F}_i(z) \quad , \quad (16)$$

où

$$\mathcal{F}_i(z) = \sinh\left\{ \frac{S_i}{2} (L - z) \right\} / \sinh\left\{ \frac{S_i}{2} L \right\} \quad . \quad (17)$$

• Il ne reste plus qu’à traverser le disque mince et intégrer ainsi la discontinuité associée afin de dériver l’équation différentielle qui régit le comportement des coefficients $P_i(0, E)$.

Problème n° 4 – Difficulté 2 : La fonction $P_i(z, E)$ est paire et continue à travers le disque. Ce n'est pas le cas de sa dérivée verticale $\dot{P}_i \equiv \partial_z P_i$ – une fonction impaire en z – qui requiert notre attention

$$\int_{-\epsilon}^{+\epsilon} dz \partial_z^2 P_i = \dot{P}_i(0_+) - \dot{P}_i(0_-) = 2\dot{P}_i(0_+) = -2\dot{P}_i(0_-) .$$

Intégrer l'équation de diffusion à travers le disque mince

$$\int_{-\epsilon}^{+\epsilon} dz \left\{ \partial_z (V_C P_i) - K \partial_z^2 P_i + K \left\{ \frac{\alpha_i^2}{R^2} \right\} P_i \right\} + 2h \partial_E \left\{ b^{\text{loss}}(E) P_i(0, E) - D_{EE}(E) \partial_E P_i(0, E) \right\} = 2h Q_i(0, E) ,$$

et en déduire que

$$2V_C P_i(0, E) - 2K \dot{P}_i(0_+, E) + 2h \partial_E \left\{ b^{\text{loss}}(E) P_i(0, E) - D_{EE}(E) \partial_E P_i(0, E) \right\} = 2h Q_i(0, E) . \quad (18)$$

Calculer la dérivée $\dot{P}_i(0_+, E)$ à partir des expressions (16) et (17). Montrer alors que

$$\left\{ V_C + K S_i \coth \left(\frac{S_i L}{2} \right) \right\} P_i(0, E) + 2h \partial_E \left\{ b^{\text{loss}}(E) P_i(0, E) - D_{EE}(E) \partial_E P_i(0, E) \right\} = 2h Q_i(0, E) . \quad (19)$$

Cette relation constitue l'équation maîtresse régissant le comportement des coefficients $P_i(0, E)$ – et donc celui de la distribution ψ entière grâce au développement en série (10) et à l'expression (16). Nous allons maintenant nous intéresser aux protons primaires et appliquer la méthode développée dans cette section.

3. Les protons primaires

Les rayons cosmiques primaires ¹ appartiennent initialement au milieu interstellaire et sont accélérés par le passage d'ondes de choc provenant vraisemblablement de l'explosion de supernovae. Nous ne traiterons ici que des protons mais notre discussion se généralise immédiatement à

¹Protons surtout et noyaux d'hélium dans une moindre mesure produisent ensuite par spallation sur le gaz interstellaire les antiprotons – voir section 4.

l'hélium. Le flux des protons du rayonnement cosmique que l'on mesure au niveau de la Terre vaut [5]

$$\Phi_p^{\text{obs}}(T) = 13249 \text{ protons m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \text{ GeV}^{-1} \left\{ \frac{T}{\text{GeV}} \right\}^{-2.72} . \quad (20)$$

Ce spectre décroît fortement avec l'énergie cinétique T . Seuls nous intéressent les protons susceptibles de produire des antiprotons par collision sur le milieu interstellaire. Leur énergie doit être supérieure à $E_p^0 = 7 m_p$. De surcroît, la majorité des antiprotons secondaires proviennent de protons de ~ 20 à 30 GeV. À ces énergies, la réaccélération diffusive et les pertes d'énergie sont négligeables. Elles sont un peu moins faibles en dessous de $T \sim 1$ GeV et nous en tiendrons compte pour le calcul du flux des antiprotons.

Dans cette section, nous voulons dériver la distribution spectrale ψ_p des protons en tout endroit du disque et à toute énergie. Il suffit donc de calculer la transformée de Bessel $P_i(0, E)$ en utilisant la relation (19) simplifiée ne comportant plus de variation par rapport à l'énergie. Le terme source Q_p tient compte de deux contributions.

- Les protons interagissent avec le gaz du disque galactique. En entrant en collision avec l'hydrogène du milieu interstellaire, ils ne sont pas détruits mais migrent simplement vers une région de plus basse énergie. Ce processus ne fait pas varier leur nombre total mais les redistribue. Il se traduit vis à vis des particules incidentes par le terme de destruction

$$Q_p^{\text{col}}(r, z, E) = -\sigma_{pH \rightarrow pH}^{\text{col}} v(E) \{2 h \delta(z) n_H\} \psi_p(r, 0, E) , \quad (21)$$

où n_H dénote la densité d'hydrogène dans le milieu interstellaire. Une valeur de $n_H = 1 \text{ cm}^{-3}$ correspond à une colonne de densité de

$$2 R n_H \sim 1.2 \times 10^{23} \text{ H cm}^{-2} , \quad (22)$$

en bon accord avec les résultats des observations de la raie à 21 cm ou du CO. Cette redistribution en énergie devrait en toute rigueur être accompagnée d'un terme source complémentaire décrivant le repeuplement de la région de basse énergie du spectre par les particules diffusées. Dans la mesure où les protons sont initialement très abondants dans cette région et beaucoup plus nombreux que ceux qui y parviendraient après avoir subi une collision, ce terme source peut être omis ici.

- La production proprement dite des protons cosmiques par accélération de l'hydrogène du disque galactique par onde de choc est modélisée grâce à

$$Q_p^{\text{ism}}(r, z, E) = 2 h \delta(z) Q_p^{\text{ism}}(r, E) . \quad (23)$$

Nous supposons que les dépendances en énergie et en rayon se factorisent de sorte que le spectre en énergie des particules accélérées est identique en tout point du disque avec

$$Q_p^{\text{ism}}(r, E) = \kappa Q_p^{\text{tot}}(E) f(r) , \quad (24)$$

où $Q_p^{\text{tot}}(E)$ désigne le taux de production – intégré sur toute la Voie Lactée – de protons d'énergie E . Le profil radial associé

$$f\{r = uR\} \equiv u^{0.6} \exp\{-3u\} \quad (25)$$

peut suivre par exemple la distribution galactique observée [6] des pulsars.

Problème n° 5 – Difficulté 1 : Montrer que le facteur de normalisation κ vérifie la relation

$$\kappa^{-1} = 4\pi R^2 h \int_0^1 u du f\{r = uR\} . \quad (26)$$

Problème n° 6 – Difficulté 2 : À partir de la discussion précédente, dériver la transformée de Bessel $P_i(0, E)$ de la distribution ψ_p des protons cosmiques et montrer que

$$P_i(0, E) = \frac{q_i}{\mathcal{A}_i} Q_p^{\text{tot}}(E) . \quad (27)$$

On établira l'expression de q_i

$$q_i = \frac{1}{\pi R^2} \frac{1}{J_1^2(\alpha_i)} \times \quad (28)$$

$$\times \left\{ \int_0^1 u du J_0\{\alpha_i u\} f\{r = uR\} \right\} \left\{ \int_0^1 u du f\{r = uR\} \right\}^{-1} .$$

Les collisions peuvent être réabsorbées dans les coefficients

$$\mathcal{A}_i = V_C + 2h\Gamma_p + KS_i \coth\left(\frac{S_i L}{2}\right) , \quad (29)$$

où $\Gamma_p = \sigma_{pH \rightarrow pH}^{\text{col}} v(E) n_H$ désigne le taux de collision.

Une fois choisie la distribution radiale $f(r)$ des sources de protons cosmiques primaires, le taux de production Q_p^{tot} demeure la seule inconnue du problème. Nous le fixons en calculant le spectre des protons au niveau de la Terre $\Phi_p^{\text{th}}(r_\odot, 0, E)$ que nous égalons au flux observé (20). La distribution des protons est alors complètement déterminée dans toute la Voie Lactée à partir du spectre mesuré au niveau de la Terre et que nous avons rétro-propagé jusqu'à ses sources.

4. Antiprotons secondaires de spallation

Les protons cosmiques interagissent avec le gaz interstellaire et produisent en particulier des antiprotons d'origine secondaire². Cette section présente la méthode de calcul de la transformée de Bessel $\bar{P}_i(0, E)$ de leur distribution $\psi_{\bar{p}}$. Plusieurs mécanismes contribuent à la production des antiprotons secondaires et tous prennent place dans le disque en sorte que

$$Q_{\bar{p}}(r, z, E) = 2h\delta(z)Q_{\bar{p}}(r, E) . \quad (30)$$

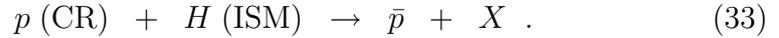
- Les antiprotons subissent des collisions élastiques sur l'hydrogène interstellaire et sont diffusés essentiellement vers l'avant sans perdre d'énergie. Ce mécanisme n'a aucun effet.
- Les antiprotons peuvent s'annihiler sur l'hydrogène interstellaire. Ils disparaissent et le terme source correspondant doit être négatif

$$Q_{\bar{p}}^{\text{ann}}(r, E_{\bar{p}}) = - \left\{ \Gamma_{\bar{p}} = \sigma_{\bar{p}\text{H}}^{\text{an}} v_{\bar{p}} n_{\text{H}} \right\} \psi_{\bar{p}}(r, E_{\bar{p}}) . \quad (31)$$

Sa transformée de Bessel est

$$Q_{\bar{p},i}^{\text{ann}} = - \Gamma_{\bar{p}}(E_{\bar{p}}) \bar{P}_i(0, E_{\bar{p}}) . \quad (32)$$

- La production secondaire des antiprotons résulte de l'interaction des protons cosmiques sur l'hydrogène³ du disque galactique



La majorité des antiprotons étant produits au repos dans le référentiel du centre de masse de cette réaction, ils sont en mouvement par rapport à la Voie Lactée d'où un déficit d'antiprotons à basse énergie. A haute énergie, le flux de protons faiblit et le terme de production

$$Q_{\bar{p}}^{\text{sec}}(r, E_{\bar{p}}) = \int_{E_{\bar{p}}^0}^{+\infty} \frac{d\sigma_{\text{pH} \rightarrow \bar{p}}}{dE_{\bar{p}}} \{E_{\text{p}} \rightarrow E_{\bar{p}}\} n_{\text{H}} v_{\text{p}} \psi_{\text{p}}(r, E_{\text{p}}) dE_{\text{p}} \quad (34)$$

présente un pic vers quelques GeV. Le seuil de production est $E_{\text{p}}^0 = 7m_{\text{p}}$ et la section efficace de production a été paramétrée [7].

²Secondaires car provenant de rayons cosmiques primaires.

³Pour être plus complet, signalons que non seulement les protons mais également les noyaux d'hélium primaires du rayonnement cosmique interagissent avec l'hydrogène mais aussi avec l'hélium interstellaires.

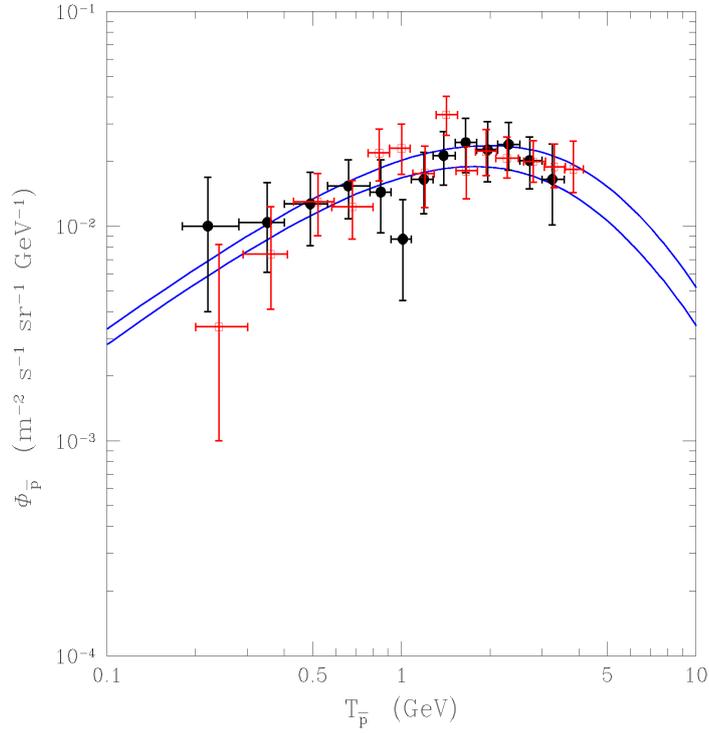


Figure 1.: La bande bleue enveloppe l'ensemble des spectres des antiprotons secondaires de spallation engendrés par tous les paramètres de diffusion compatibles avec le rapport B/C mesuré. Sa largeur permet d'estimer l'incertitude théorique associée au modèle de propagation des rayons cosmiques au sein de la Voie Lactée.

- Un terme de production tertiaire provient des collisions inélastiques que les antiprotons peuvent subir sans être détruits. Ils peuvent par exemple interagir avec un proton cosmique et lui céder une grande quantité d'énergie en le transformant en résonance Δ



Une telle interaction induit la migration d'antiprotons énergétiques vers la queue de basse énergie de leur spectre, une région initialement dépeuplée. Ce processus tertiaire

$$\begin{aligned} Q_{\bar{p}}^{\text{ter}}(r, E_{\bar{p}}) &= \int_{E_{\bar{p}}}^{+\infty} \frac{d\sigma_{\bar{p}H \rightarrow \bar{p}X}}{dE_{\bar{p}}} \{E'_{\bar{p}} \rightarrow E_{\bar{p}}\} n_H v'_{\bar{p}} \psi_{\bar{p}}(r, E'_{\bar{p}}) dE'_{\bar{p}} - \\ &- \sigma_{\bar{p}H \rightarrow \bar{p}X} \{E_{\bar{p}}\} n_H v_{\bar{p}} \psi_{\bar{p}}(r, E_{\bar{p}}) \end{aligned} \quad (36)$$

conduit donc à un aplatissement de la distribution des antiprotons aux basses énergies.

Problème n° 7 – Difficulté 1 : Montrer que l'intégrale sur l'énergie $E_{\bar{p}}$ du terme de production tertiaire (36) est nulle. Est-ce étonnant ?

Problème n° 8 – Difficulté 2 : Etablir que la transformée de Bessel $\bar{P}_i(0, E)$ vérifie l'équation intégral-différentielle

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{A}}_i \bar{P}_i(0, E) + 2h \partial_E \{b^{\text{loss}}(E) \bar{P}_i(0, E) - D_{EE}(E) \partial_E \bar{P}_i(0, E)\} \\ = 2h \{Q_{\bar{p},i}^{\text{sec}} + Q_{\bar{p},i}^{\text{ter}}\} , \end{aligned} \quad (37)$$

où les coefficients $\bar{\mathcal{A}}_i$ sont donnés par

$$\bar{\mathcal{A}}_i(E) = V_C + 2h \Gamma_{\bar{p}} + K S_i \coth\left(\frac{S_i L}{2}\right) . \quad (38)$$

La réaccélération diffusive et les pertes d'énergie permettent aux protons du pic de repeupler la région déficitaire du spectre située en dessous du GeV. Il est donc crucial de tenir compte de ces mécanismes. L'équation de diffusion (37) peut être résolue grâce à une inversion à la Crank-Nicholson [5]. La composante tertiaire implique le spectre global qu'il convient de calculer de manière itérative. En pratique, quelques récursions suffisent à faire converger la transformée de Bessel $\bar{P}_i(0, E)$ et la méthode s'avère très robuste. Le résultat est présenté dans la figure 1.

5. Antiprotons primaires : une signature indirecte des neutralinos

L'annihilation des neutralinos du halo galactique engendre en particulier des antiprotons primaires. Le terme de production correspondant s'écrit

$$Q_{\bar{p}}^{\text{susy}}(r, z, E_{\bar{p}}) = \langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle g(T_{\bar{p}}) \left\{ \frac{\rho_\chi(r, z)}{m_\chi} \right\}^2 . \quad (39)$$

Le taux d'annihilation par unité de volume est donné par le produit $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle n_\chi^2$ où la densité numérique des neutralinos vaut $n_\chi = \rho_\chi/m_\chi$. Lors d'une seule annihilation, le spectre en énergie des antiprotons engendrés s'écrit

$$g(T_{\bar{p}}) = \frac{dN_{\bar{p}}}{dT_{\bar{p}}} = \frac{dN_{\bar{p}}}{dE_{\bar{p}}} . \quad (40)$$

Problème n° 9 – Difficulté 1 : Montrer que l'équation complète régissant la transformé de Bessel \bar{P}_i de la distribution des antiprotons s'écrit

$$\begin{aligned} \partial_z (V_C \bar{P}_i) - K \partial_z^2 \bar{P}_i + K \left\{ \frac{\alpha_i^2}{R^2} \right\} \bar{P}_i = & \quad (41) \\ & - 2h \delta(z) \partial_E \{ b^{\text{loss}}(E) \bar{P}_i - D_{EE}(E) \partial_E \bar{P}_i \} \\ & - 2h \delta(z) \Gamma_{\bar{p}} \bar{P}_i + 2h \delta(z) \left\{ Q_{\bar{p},i}^{\text{sec}} + Q_{\bar{p},i}^{\text{ter}} \right\} \\ & + Q_{\bar{p},i}^{\text{susy}}(z, E) \end{aligned}$$

Le dernier terme $Q_{\bar{p},i}^{\text{susy}}$ du membre de droite de l'équation précédente pose problème car il n'est pas localisé sur le disque seul mais s'étend à toute la région de diffusion située entre $z = -L$ et $z = +L$. Nous nous concentrons donc sur l'équation réduite

$$\partial_z (V_C \bar{P}_i) - K \partial_z^2 \bar{P}_i + K \left\{ \frac{\alpha_i^2}{R^2} \right\} \bar{P}_i = Q_{\bar{p},i}^{\text{susy}}(z, E) . \quad (42)$$

Le problème étant linéaire, la solution de (42) s'ajoutera aux autres. La distribution des neutralinos étant symétrique par rapport au plan de la galaxie, nous pressentons que la solution sera paire en z . Cherchons tout d'abord la solution de l'équation

$$\partial_z (V_C \bar{P}_i) - K \partial_z^2 \bar{P}_i + K \left\{ \frac{\alpha_i^2}{R^2} \right\} \bar{P}_i = \delta\{z + z_0\} + \delta\{z - z_0\} . \quad (43)$$

Problème n° 10 – Difficulté 3 : La solution de l'équation (43) est paire en z et continue. Par contre, sa dérivée souffre de trois discontinuités. Tout d'abord, le vent galactique passe brutalement de $-V_C$ à $+V_C$ lorsqu'on traverse le disque. Ensuite, les sources situées en $-z_0$ et $+z_0$ sont des distributions de Dirac infiniment fines. La fonction $\bar{P}_i(z)$ étant paire, nous la résolvons sur l'intervalle allant de $z = 0$ à $z = L$. Montrer que la discontinuité en $z = 0$ impose que la solution entre 0 et z_0 est du type

$$\bar{P}_i(0 \leq z \leq z_0) = \frac{A}{KS_i} \exp \left\{ \frac{V_C z}{2K} \right\} \mathcal{G}_i(z) , \quad (44)$$

où la fonction \mathcal{G}_i est définie par

$$\mathcal{G}_i(z) = V_C \sinh(S_i z/2) + KS_i \cosh(S_i z/2) . \quad (45)$$

Montrer ensuite que la solution est de la forme

$$\bar{P}_i(z \geq z_0) = B \exp \left\{ \frac{V_C z}{2K} \right\} \sinh \{S_i(L - z)/2\} \quad (46)$$

entre z_0 et L où d'ailleurs elle doit s'annuler.

Il convient ensuite d'intégrer (43) à travers la discontinuité en z_0 .

Problème n° 11 – Difficulté 3 : Montrer que les coefficients A et B précédents sont donnés par

$$A = 2 \exp \left\{ \frac{-V_C z_0}{2K} \right\} \sinh \{S_i(L - z_0)/2\} \mathcal{G}_i^{-1}(L) , \quad (47)$$

et

$$B = \frac{2}{K S_i} \exp \left\{ \frac{-V_C z_0}{2K} \right\} \frac{\mathcal{G}_i(z_0)}{\mathcal{G}_i(L)} . \quad (48)$$

La véritable distribution de source $Q_{\bar{p},i}^{\text{susy}}$ se met sous la forme d'une convolution de distributions de Dirac.

Problème n° 12 – Difficulté 2 : En déduire que la solution de l'équation (42) est donnée par

$$\left\{ V_C + K S_i \coth \left(\frac{S_i L}{2} \right) \right\} \bar{P}_i^{\text{susy}}(0, E) = 2 \mathcal{I} , \quad (49)$$

où l'intégrale \mathcal{I} désigne

$$\mathcal{I} = \int_0^L dz Q_{\bar{p},i}^{\text{susy}}(z, E) e^{-\frac{V_C z}{2K}} \mathcal{F}_i(z) . \quad (50)$$

Problème n° 13 – Difficulté 3 : En utilisant sa linéarité, montrer que la solution générale de l'équation (41) vérifie la relation intégral-différentielle

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{A}}_i \bar{P}_i(0, E) &+ 2h \partial_E \{b^{\text{loss}}(E) \bar{P}_i(0, E) - D_{EE}(E) \partial_E \bar{P}_i(0, E)\} \\ &= 2h \left\{ Q_{\bar{p},i}^{\text{sec}} + Q_{\bar{p},i}^{\text{ter}} \right\} \\ &+ 2 \int_0^L dz Q_{\bar{p},i}^{\text{susy}}(z, E) e^{-\frac{V_C z}{2K}} \mathcal{F}_i(z) . \end{aligned} \quad (51)$$

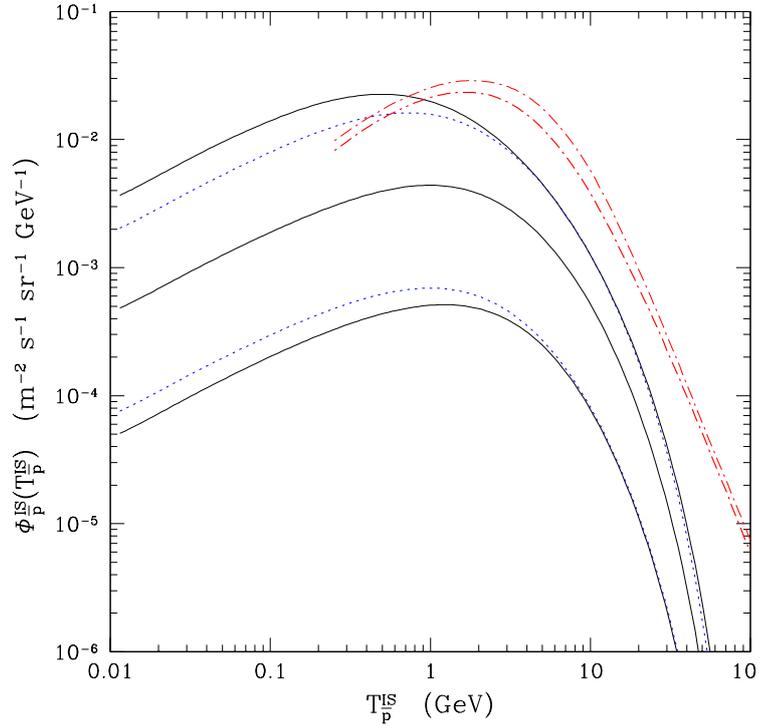


Figure 2.: Les lignes pointillées et continues en noir représentent le flux des antiprotons primaires engendrés par l'annihilation de neutralinos de 100 GeV et pour des configurations astrophysiques minimales et maximales entre lesquelles le rapport B/C est respectivement reproduit à $2\text{-}\sigma$ et à $4\text{-}\sigma$ près. La ligne médiane est obtenue en ajustant ce rapport au mieux. Le spectre des antiprotons secondaires s'inscrit complètement à l'intérieur de la bande étroite à $4\text{-}\sigma$ en tirets et pointillés rouges.

La figure 2 présente le résultat [8] d'un calcul du flux d'antiprotons primaires provenant de l'annihilation d'un neutralino de 100 GeV avec les incertitudes liées au modèle de propagation. L'erreur est importante et atteint deux ordres de grandeur. Elle provient essentiellement de la méconnaissance de la valeur de L .

Remerciements : Etienne Parizot a su créer une ambiance chaleureuse et conviviale pendant cette école de Goutelas mémorable. Un grand merci aussi à Daniel Benest !

Références

- [1] Preliminary Maps and Basic Results; C. L. Bennett *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 1 (2003);
Angular Power Spectrum; G. Hinshaw *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 135 (2003);
Determination of Cosmological Parameters; D. N. Spergel *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 175 (2003).
- [2] S. Perlmutter *et al.* [Supernova Cosmology Project Collaboration], *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999).
- [3] of the universe; W. J. Percival *et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **327**, 1297 (2001).
- [4] S. Burles and D. Tytler, *Astrophys. J.* **499**, 699 (1998) and *Astrophys. J.* **507**, 732 (1998).
- [5] F. Donato, D. Maurin, P. Salati, A. Barrau, G. Boudoul and R. Taillet, *Astrophys. J.* **536**, 172 (2001).
- [6] A.G. Lyne, R.N. Manchester and J.H. Taylor, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **213**, 613 (1985).
- [7] L.C. Tan and L.K. Ng, *Phys. Rev. D* **26**, 1179 (1982) and *Nucl. Phys. B* **9**, 227 (1983);
see also R.P. Duperray *et al.*, [astro-ph/0305274](#).
- [8] F. Donato, N. Fornengo, D. Maurin, P. Salati and R. Taillet, [astro-ph/0306207](#), accepted for publication in *Physical Review D*.